

# Estudio del comportamiento en la mar de una plataforma tipo truss spar

## Trabajo Final de Grado



Facultad de Náutica de Barcelona  
Universidad Politécnica de Catalunya

Trabajo realizado por:  
**Gerard Ventura Castelló**

Dirigido por:  
**Julio García Espinosa**

Grado en Ingeniería en Sistemas y Tecnología Naval

Barcelona, Julio del 2016

Departamento de Ciencia e Ingeniería Náuticas



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH  
Facultat de Nàutica de Barcelona







---

# Agradecimientos

En primer lugar me gustaría agradecer a mi familia, especialmente a mi madre, el apoyo recibido durante estos últimos años de estrés. También quiero agradecer el hecho de haber estudiado en un entorno académico en el que los profesores te resuelven todas las dudas y te hacen sentir bien recibido en su despacho de consultas. Además agradezco la perseverancia de la junta directiva de la Facultad de Náutica de Barcelona por acercarnos a todos los eventos relacionados con el sector marítimo, mediante charlas instructivas o conferencias profesionales.

En cuanto a lo que se refiere el trabajo final de grado, agradezco la colaboración de mi tutor Julio García Espinosa la oportunidad de su realización, así como el trato y la orientación prestada.



---

# Resumen

El objetivo del presente proyecto se centra en el cálculo y verificación del comportamiento en la mar de una plataforma offshore tipo truss spar, en concreto la plataforma Heidelberg ubicada en el Golfo de México, la cual está operativa desde abril del 2016.

Así pues, para lograr dicho objetivo se ha realizado una búsqueda de los datos principales de dicha plataforma y se ha definido su fondeo, con la finalidad de poder representarla y analizarla con la mayor exactitud posible, mediante el uso de una herramienta de cálculo numérico denominada Tdyn – SeaFEM. Además, también es importante para el análisis del comportamiento en la mar conocer las condiciones del entorno marino en el que se halla la plataforma, por lo que ha sido necesario el uso de la información proporcionada por una boya ubicada en sus alrededores, de la cual se han tomado valores con la finalidad de poder realizar el análisis para cuatro casos de estudio distintos.

Una vez representada la plataforma, definido su fondeo y conocidos todos sus datos más relevantes, se ha podido realizar su análisis obteniendo varias respuestas en movimientos. Dichas respuestas se han analizado y comparado detalladamente con la finalidad de verificar que la plataforma es capaz de aguantar las cargas generadas por el oleaje en las condiciones más críticas de la mar, y que el fondeo responde correctamente a los movimientos de la plataforma.

# Abstract

The objective of this project focuses on the calculation and assessment of the seakeeping of an offshore truss spar type platform, specifically the Heidelberg platform located in the Gulf of Mexico, which has been operational since April 2016.

So, to achieve the objective of this project a search of the main platform data has been performed and the mooring system has been defined, with the purpose of representing and analyzing it as accurately as possible using a numerical tool called Tdyn – SeaFEM. Furthermore, it is important for the analysis of seakeeping to know the conditions of the sea environment in which the platform is. Therefore, it has been necessary to use information provided by a buoy located in its surroundings, from which values are taken for analysis of four different conditions.

Once the platform and the anchoring systems are represented in Tdyn and knowing all the relevant data, an analysis has been done and several movement responses obtained. These responses have been analyzed and compared in detail, in order to verify if the platform is capable of withstanding the loads generated by the waves in the most critical conditions of the sea, and that the anchoring system responds correctly to the platform motions.



---

# Tabla de contenido

|                                      |             |
|--------------------------------------|-------------|
| <b>AGRADECIMIENTOS</b>               | <b>III</b>  |
| <b>RESUMEN</b>                       | <b>V</b>    |
| <b>ABSTRACT</b>                      | <b>VI</b>   |
| <b>TABLA DE CONTENIDO</b>            | <b>VII</b>  |
| <b>LISTADO DE FIGURAS Y GRÁFICOS</b> | <b>XI</b>   |
| <b>LISTADO DE TABLAS</b>             | <b>XIII</b> |

---

## **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN**

|   |          |
|---|----------|
| <b>1.1 – LA ESPIRAL DE DISEÑO</b>   | <b>1</b> |
| <b>1.2 – LOS TRES CONCEPTOS PARA COMPRENDER EL COMPORTAMIENTO EN LA MAR</b> | <b>3</b> |
| 1.2.1 – MISIÓN DE LA PLATAFORMA Y CRITERIOS LÍMITE                          | 3        |
| 1.2.2 – ENTORNO MARINO  | 3        |
| 1.2.3 – RESPUESTA EN MOVIMIENTOS DE LA PLATAFORMA                           | 3        |
| <b>1.3 – EJEMPLO DE EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO EN LA MAR</b>             | <b>4</b> |
| 1.3.1 – MISIÓN DEL BUQUE Y CRITERIOS LÍMITE                                 | 4        |
| 1.3.2 – ENTORNO MARINO  | 4        |
| 1.3.3 – RESPUESTA EN MOVIMIENTOS DEL BUQUE                                  | 4        |
| 1.3.4 – ÍNDICES DE OPERATIVIDAD   | 5        |
| <b>1.4 – RESUMEN DE LOS CONCEPTOS BÁSICOS</b>                               | <b>6</b> |
| 1.4.1 – DEFINICIÓN DE LOS MOVIMIENTOS                                       | 6        |
| 1.4.2 – PROBLEMAS EN ESTRUCTURAS OFFSHORE                                   | 6        |
| 1.4.3 – CONCEPTOS TEÓRICOS BÁSICOS  | 7        |
| 1.4.4 – HERRAMIENTAS DE CÁLCULO NUMÉRICO                                    | 8        |

---

## **CAPÍTULO 2. TIPOS DE PLATAFORMAS OFFSHORE**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>2.1 – ESTRUCTURAS DIRECTAS O FIJAS</b>     | <b>9</b>  |
| <b>2.2 – ESTRUCTURAS O SOPORTES FLOTANTES</b> | <b>10</b> |
| <b>2.3 – ELECCIÓN DE LA PLATAFORMA</b>        | <b>12</b> |

---

## **CAPÍTULO 3. HEIDELBERG TRUSS SPAR**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>3.1 – ESTRUCTURA, PARTES PRINCIPALES</b>          | <b>14</b> |
| 3.1.1 – EFECTO VIV “VORTEX-INDUCED VIBRATION”        | 16        |
| <b>3.2 – ESTRUCTURA, CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES</b> | <b>17</b> |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>3.3 – DISEÑO CON TDYN</b>                          | <b>18</b> |
| 3.3.1 – CENTRO DE GRAVEDAD                            | 19        |
| 3.3.2 – RADIO DE GIRO                                 | 20        |
| <b>3.4 – FONDEO, CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES</b>      | <b>21</b> |
| 3.4.1 – CARGAS DE ROTURA                              | 22        |
| <b>3.5 – ELEMENTOS DELGADOS, ECUACIÓN DE MORISON</b>  | <b>25</b> |
| 3.5.1 – DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS DELGADOS          | 26        |
| <b>CAPÍTULO 4. ENTORNO MARINO</b>                     | <b>27</b> |
| <b>4.1 – LUGAR DE INSTALACIÓN</b>                     | <b>27</b> |
| 4.1.1 – OLEAJE Y VIENTO EN EL GOLFO DE MÉXICO         | 28        |
| 4.1.2 – DEFINICIÓN DE LOS CASOS DE ESTUDIO            | 30        |
| 4.1.3 – ESPECTRO DE OLAS DE PIERSON-MOSKOWITZ         | 31        |
| <b>CAPÍTULO 5. MISIÓN Y CRITERIOS LÍMITE</b>          | <b>32</b> |
| <b>5.1 – MISIÓN</b>                                   | <b>32</b> |
| <b>5.2 – CRITERIOS LÍMITE</b>                         | <b>34</b> |
| <b>CAPÍTULO 6. MODELO MATEMÁTICO DE TDYN - SEAFEM</b> | <b>35</b> |
| <b>6.1 – ENTORNO MARINO, ASUNCIONES BÁSICAS</b>       | <b>35</b> |
| 6.1.1 – POTENCIAL DE VELOCIDAD                        | 35        |
| 6.1.2 – ECUACIÓN DE BERNOULLI                         | 36        |
| 6.1.3 – CONDICIÓN DE CONTORNO CINEMÁTICA              | 36        |
| 6.1.4 – CONDICIÓN DE SUPERFICIE LIBRE DINÁMICA        | 37        |
| 6.1.5 – TEORÍA DE LA OLA, AGUAS PROFUNDAS             | 37        |
| 6.1.6 – DESCRIPCIÓN ESTADÍSTICA DE LAS OLAS           | 39        |
| <b>6.2 – DESCRIPCIÓN DE LOS CASOS DE ESTUDIO</b>      | <b>40</b> |
| <b>CAPÍTULO 7. ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS</b>         | <b>41</b> |
| <b>7.1 – MAR GENERADO Y OLAS DIFRACTADAS/RADIADAS</b> | <b>41</b> |
| 7.1.1 – CASO 1 ( $H_s = 0'8875$ m; $T_M = 8'25$ s)    | 41        |
| 7.1.2 – CASO 4 ( $H_s = 6'6$ m; $T_M = 16'45$ s)      | 42        |
| 7.1.3 – TABLA DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS                    | 43        |
| <b>7.2 – PRESIÓN DINÁMICA Y TOTAL</b>                 | <b>44</b> |
| 7.2.1 – CASO 1 ( $H_s = 0'8875$ m; $T_M = 8'25$ s)    | 44        |
| 7.2.2 – CASO 4 ( $H_s = 6'6$ m; $T_M = 16'45$ s)      | 45        |
| 7.2.3 – TABLA MÁXIMOS Y MÍNIMOS                       | 45        |
| <b>7.3 – RESPUESTAS EN MOVIMIENTOS</b>                | <b>46</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| 7.3.1 – ARFADA   | 46        |
| 7.3.2 – AVANCE   | 47        |
| 7.3.3 – DERIVA   | 48        |
| 7.3.4 – BALANCE  | 49        |
| 7.3.5 – CABECEO  | 50        |
| 7.3.6 – GUIÑADA  | 51        |
| 7.3.7 – COMPARACIÓN DE MOVIMIENTOS DE AVANCE, DERIVA Y ARFADA    | 52        |
| 7.3.8 – COMPARACIÓN DE MOVIMIENTOS DE BALANCE, CABECEO Y GUIÑADA | 53        |
| 7.3.9 – TABLA DE RESPUESTAS EN MOVIMIENTOS, MÁXIMOS Y MÍNIMOS    | 54        |
| 7.3.10 – TABLA DE RESPUESTAS EN ACELERACIONES, MÁXIMOS Y MÍNIMOS | 55        |
| <b>7.4 – RESPUESTAS DEL SISTEMA DE FONDEO</b>                    | <b>56</b> |
| 7.4.1 – EJEMPLO, CASO 1  | 56        |
| 7.4.2 – TABLA DE RESPUESTAS EN TENSIONES, MÁXIMOS Y MÍNIMOS      | 57        |
| <b>CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES</b>                                  | <b>59</b> |
| <b>BIBLIOGRAFÍA</b>  | <b>60</b> |
| <b>ANEXO 1. DISEÑANDO LA PLATAFORMA HEIDELBERG CON TDYN</b>      | <b>63</b> |
| <b>A1.1 – DISEÑANDO LA PLATAFORMA HEIDELBERG</b>                 | <b>63</b> |
| A1.1.1 – CASCO   | 63        |
| A1.1.2 – SUPERESTRUCTURA   | 67        |
| <b>A1.2 – DISEÑANDO EL SISTEMA DE AMARRE</b>                     | <b>69</b> |
| A1.2.1 – LÍNEAS DE FONDEO  | 69        |
| <b>A1.3 – DEFINIENDO EL MAR Y LA PLAYA</b>                       | <b>71</b> |
| <b>A1.4 – DEFINIENDO LOS DATOS</b>                               | <b>73</b> |
| A1.4.1 – “SIMULATION” Y “GENERAL DATA”                           | 73        |
| A1.4.2 – “PROBLEM DESCRIPTION”                                   | 74        |
| A1.4.3 – “ENVIRONMENT DATA”                                      | 74        |
| A1.4.4 – “TIME DATA”   | 75        |
| A1.4.5 – “BODY DATA”   | 76        |
| A1.4.6 – “MOORING DATA”  | 78        |
| A1.4.7 – “SLENDER ELEMENTS DATA”                                 | 79        |
| A1.4.8 – “BOUNDARY CONDITIONS”                                   | 81        |
| A1.4.9 – CAPAS DE IDENTIFICACIÓN                                 | 81        |
| <b>A1.5 – DEFINIENDO LA MALLA “MESH”</b>                         | <b>82</b> |
| <b>ANEXO 2. CONCEPTOS TEÓRICOS</b>                               | <b>84</b> |
| <b>A2.1 – DEFINICIÓN DE LOS MOVIMIENTOS, GRADOS DE LIBERTAD</b>  | <b>84</b> |
| <b>A2.2 – ENTORNO MARINO, ASUNCIONES BÁSICAS</b>                 | <b>85</b> |

|   |            |
|---|------------|
| A2.2.1 – POTENCIAL DE VELOCIDAD                                     | 85         |
| A2.2.2 – ECUACIÓN DE BERNOULLI                                      | 85         |
| A2.2.3 – CONDICIÓN DE CONTORNO CINEMÁTICA                           | 85         |
| A2.2.4 – CONDICIÓN DE SUPERFICIE LIBRE DINÁMICA                     | 86         |
| A2.2.5 – TEORÍA DE LA OLA, AGUAS PROFUNDAS                          | 87         |
| A2.2.6 – DESCRIPCIÓN ESTADÍSTICA DE LAS OLAS                        | 88         |
| <b>A2.3 – RESPUESTAS EN OLAS REGULARES</b>                          | <b>89</b>  |
| A2.3.1 – MASA AÑADIDA Y AMORTIGUAMIENTO                             | 90         |
| A2.3.2 – FUERZAS Y MOMENTOS DE RESTAURACIÓN                         | 90         |
| A2.3.3 – “WAVE EXCITATION LOADS”                                    | 90         |
| A2.3.4 – ECUACIÓN DE MORISON  | 91         |
| A2.3.5 – ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO, RAOs                              | 92         |
| A2.3.6 – DEFINICIÓN DE LAS MATRICES DE LA ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO   | 93         |
| <b>A2.4 – OTROS CONCEPTOS TEÓRICOS</b>                              | <b>97</b>  |
| 2.4.1 – EFECTO VIV (VORTEX-INDUCED VIBRATION)                       | 97         |
| 2.4.2 – CORRIENTE DEL GOLFO DE MÉXICO                               | 97         |
| <b>ANEXO 3. RECOPIACIÓN DE LAS RESPUESTAS</b>                       | <b>98</b>  |
| <b>A3.1 – MAR GENERADO Y OLAS DIFRACTADAS/RADIADAS</b>              | <b>98</b>  |
| A3.1.1 – CASO 1 ( $H_s = 0'8875$ m; $T_M = 8'25$ s)                 | 98         |
| A3.1.2 – CASO 2 ( $H_s = 0'4125$ m; $T_M = 15$ s)                   | 99         |
| A3.1.3 – CASO 3 ( $H_s = 1'85$ m; $T_M = 9'25$ s)                   | 99         |
| A3.1.4 – CASO 4 ( $H_s = 6'6$ m; $T_M = 16'45$ s)                   | 100        |
| A3.1.5 – TABLA MÁXIMOS Y MÍNIMOS                                    | 100        |
| <b>A3.2 – PRESIÓN DINÁMICA Y TOTAL</b>                              | <b>101</b> |
| A3.2.1 – EJEMPLO, CASO 2  | 101        |
| A3.2.2 – TABLA MÁXIMOS Y MÍNIMOS                                    | 101        |
| <b>A3.3 – RESPUESTAS EN MOVIMIENTOS</b>                             | <b>102</b> |
| A3.3.1 – ARFADA (CASOS 1, 2, 3 Y 4 RESPECTIVAMENTE)                 | 102        |
| A3.3.2 – AVANCE/RETROCESO (CASOS 1, 2, 3 Y 4 RESPECTIVAMENTE)       | 103        |
| A3.3.3 – DERIVA (CASOS 1, 2, 3 Y 4 RESPECTIVAMENTE)                 | 104        |
| A3.3.4 – BALANCE (CASOS 1, 2, 3 Y 4 RESPECTIVAMENTE)                | 106        |
| A3.3.5 – CABECEO (CASOS 1, 2, 3 Y 4 RESPECTIVAMENTE)                | 107        |
| A3.3.6 – GUIÑADA (CASOS 1, 2, 3 Y 4 RESPECTIVAMENTE)                | 108        |
| A3.3.7 – TABLAS DE MOVIMIENTOS Y ACELERACIONES, MÁXIMOS Y MÍNIMOS   | 110        |
| <b>A3.4 – RESPUESTAS DEL SISTEMA DE AMARRE</b>                      | <b>111</b> |
| A3.4.1 – TENSIONES LÍNEAS DE FONDEO, CASO 1                         | 111        |
| A3.4.2 – TENSIONES LÍNEAS DE FONDEO, CASO 4                         | 111        |
| A3.4.3 – TABLA DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS                                 | 112        |
| A3.4.4 – CARGAS DEL FONDEO, MFX (CASOS 1, 2, 3 Y 4 RESPECTIVAMENTE) | 113        |
| A3.4.5 – CARGAS DEL FONDEO, MFY (CASOS 1, 2, 3 Y 4 RESPECTIVAMENTE) | 114        |
| A3.4.6 – CARGAS DEL FONDEO, MFz (CASOS 1, 2, 3 Y 4 RESPECTIVAMENTE) | 115        |

---

# Listado de figuras y gráficos

|  |    |
|--|----|
| Figura 1. Espiral genérica de diseño del buque – Fuente: [1]                                 | 2  |
| Figura 2. Procedimiento para la optimización de formas en estructuras offshore – Fuente: [1] | 2  |
| Figura 3. Proceso de evaluación del comportamiento en la mar.                                | 5  |
| Figura 4. Movimientos en los seis grados de libertad.  | 6  |
| Figura 5. Ventana de trabajo de la herramienta Tdyn – SeaFEM.                                | 8  |
| Figura 6. Tipos de plataformas fijas – Fuente: [8]   | 10 |
| Figura 7. Tipos de plataformas flotantes – Fuente: [8]                                       | 11 |
| Figura 8. Partes de una plataforma Classic SPAR – Fuente: [10]                               | 12 |
| Figura 9. Ejemplos de plataformas Classic, Truss y Cell – Fuente: [10]                       | 13 |
| Figura 10. Partes de la plataforma Heidelberg – Fuente: [11]                                 | 15 |
| Figura 11. Efecto “vortex-induced vibration” – Fuente: [17]                                  | 16 |
| Figura 12. Representación de la plataforma Heidelberg; superestructura + casco.              | 18 |
| Figura 13. Líneas de amarre catenarias, ubicación y distribución.                            | 22 |
| Figura 14. Fondeo (plano XZ e YZ).   | 24 |
| Figura 15. Fondeo (plano XY).  | 24 |
| Figura 16. Elementos delgados.   | 26 |
| Figura 17. Lugar de instalación – Fuente: [11]   | 27 |
| Figura 18. Cuencas sedimentarias bajo la plataforma Heidelberg – Fuente: [11]                | 28 |
| Figura 19. Espectro de olas de Pierson-Moskowitz – Fuente: [17]                              | 31 |
| Figura 20. Exportación de petróleo y gas – Fuente: [11]                                      | 32 |
| Figura 21. Ruta de la exportación de petróleo y gas – Fuente: [11]                           | 33 |
| Figura 22. Centros de perforación – Fuente: [11]   | 33 |
| Figura 23. Características de la ola – Fuente: [6]   | 38 |
| Figura 24. Difracción/radiación de las olas en metros ( $T = 5:10$ min).                     | 41 |
| Figura 25. Elevación de las olas en metros ( $T = 8:10$ min).                                | 41 |
| Figura 26. Difracción/radiación de las olas en metros ( $T = 9:48$ min).                     | 42 |
| Figura 27. Elevación de las olas en metros ( $T = 9:48$ min).                                | 42 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 28. Presión total en Pa (T = 16:30 min).                            | 44 |
| Figura 29. Presión dinámica en Pa (T = 16:28 min).                         | 44 |
| Figura 30. Presión total en Pa (T = 16:53).                                | 45 |
| Figura 31. Presión dinámica en Pa (T = 16:50).                             | 45 |
| Figura 32. Movimiento de Arfada “Heave”, Heidelberg (caso 1).              | 46 |
| Figura 33. Movimiento de Arfada “Heave”, Heidelberg (caso 4).              | 46 |
| Figura 34. Movimiento de Avance “Surge”, Heidelberg (caso 1).              | 47 |
| Figura 35. Movimiento de Avance “Surge”, Heidelberg (caso 4).              | 47 |
| Figura 36. Movimiento de Deriva “Sway”, Heidelberg (caso 1).               | 48 |
| Figura 37. Movimiento de Deriva “Sway”, Heidelberg (caso 4).               | 48 |
| Figura 38. Movimiento de Balance “Roll”, Heidelberg (caso 1).              | 49 |
| Figura 39. Movimiento de Balance “Roll”, Heidelberg (caso 4).              | 49 |
| Figura 40. Movimiento de Cabeceo “Pitch”, Heidelberg (caso 1).             | 50 |
| Figura 41. Movimiento de Cabeceo “Pitch”, Heidelberg (caso 4).             | 50 |
| Figura 42. Movimiento de Guiñada “Yaw”, Heidelberg (caso 1).               | 51 |
| Figura 43. Movimiento de Guiñada “Yaw”, Heidelberg (caso 4).               | 51 |
| Figura 44. Movimientos de Avance, Deriva y Arfada, Heidelberg (caso 1).    | 52 |
| Figura 45. Movimientos de Avance, Deriva y Arfada, Heidelberg (caso 4).    | 52 |
| Figura 46. Movimientos de Balance, Cabeceo y Guiñada, Heidelberg (caso 1). | 53 |
| Figura 47. Movimientos de Balance, Cabeceo y Guiñada, Heidelberg (caso 4). | 53 |
| Figura 48. Tensión en N.   | 56 |
| Figura 49. Sistema de referencia.  | 57 |

---

# Listado de tablas

|  |    |
|--|----|
| Tabla 1. Características principales de la plataforma Heidelberg – Fuente: [11]            | 17 |
| Tabla 2. Centro de gravedad de la plataforma Heidelberg.                                   | 19 |
| Tabla 3. Detalles del sistema de amarre de la plataforma Heidelberg – Fuente: [11]         | 21 |
| Tabla 4. Carga de rotura de la cuerda de poliéster – Fuente: [13]                          | 22 |
| Tabla 5. Carga de rotura de la cadena de acero – Fuente: [12]                              | 23 |
| Tabla 6. Propiedades de la cuerda de poliéster, Gama 98 – Fuente: [13]                     | 23 |
| Tabla 7. Viento y oleaje, Jueves (Marzo 03) – Fuente: [14]                                 | 29 |
| Tabla 8. Valores medios de oleaje y viento durante el mes de Marzo – Fuente: [14]          | 29 |
| Tabla 9. Ecuaciones para la propagación de olas regulares sinusoidales en aguas profundas. | 38 |
| Tabla 10. Características y descripción de los casos analizados.                           | 40 |
| Tabla 11. Elevación y disipación de las olas, máximos y mínimos.                           | 43 |
| Tabla 12. Presión dinámica y total, máximos y mínimos.                                     | 45 |
| Tabla 13. Movimientos en los seis grados de libertad, máximos y mínimos.                   | 54 |
| Tabla 14. Aceleraciones en los seis grados de libertad, máximos y mínimos.                 | 55 |
| Tabla 15. Tensiones de las líneas de fondeo (en N).  | 57 |





# Capítulo 1. Introducción

El comportamiento en la mar es una medida de la capacidad que tiene una estructura flotante para adaptarse a las condiciones a las que está sometida. Así, un barco, bote, barcaza, plataforma o cualquier otra estructura flotante que tenga buena capacidad de comportamiento en la mar, se dice que es muy “marinera” y por tanto es capaz de desempeñar su propósito de forma efectiva, incluso en estados de la mar adversos.

Los dos aspectos más importantes a considerar en el diseño de cualquier estructura flotante para garantizar un buen comportamiento en la mar consisten en la supervivencia y el confort del personal destinado a tal estructura flotante. Actualmente, la supervivencia ha sido ampliamente estudiada en la ingeniería naval desde hace décadas, con los criterios de estabilidad intacta, e incluso con los criterios de estabilidad tras averías cuando la estructura está dañada. Sin embargo, la idea de que una estructura ha de ser confortable se ha empezado a desarrollar recientemente, gracias a las nuevas aplicaciones informáticas que permiten predecir de forma bastante fiable, el comportamiento de la estructura cuando se somete a un cierto estado de la mar.

## 1.1 – La espiral de diseño

El comportamiento en la mar impacta directamente en el diseño de las estructuras flotantes. En el caso de los buques, las partes más hacia proa experimentan los peores movimientos y normalmente no son aceptables para disponer de camarotes, ni de pasajeros, ni de tripulación. Llegando en casos excepcionales a la necesidad de modificar el diseño de manera que se logre reducir estos movimientos.

Para el diseño de buques, se suelen seguir unas etapas de diseño en las cuales se realizan varias iteraciones, hasta lograr un diseño equilibrado que cumpla los requisitos establecidos. Para ello, se utiliza la conocida espiral de diseño (Figura 1), mediante la cual se describe el proceso de diseño como una secuencia de disciplinas específicas, tanto de síntesis (geometría del casco, disposición general,...) como de análisis (estabilidad, comportamiento en la mar,...).

El análisis del comportamiento en la mar es un problema mucho más difícil comparado con el de resistencia en aguas tranquilas o de los requisitos de potencia para alcanzar la velocidad determinada, y hasta hace muy poco ha jugado un pobre segundo lugar en el diseño hidrodinámico preliminar para la mayoría de buques. Esto se debe a que el comportamiento en la mar de un buque, no sólo depende de la respuesta en movimientos del casco, sino que también depende del entorno marino en el que éste se encuentra y del criterio contra el que se evalúa.



Figura 1. Espiral genérica de diseño del buque – Fuente: [1]

Por otro lado están las estructuras offshore, donde el comportamiento en la mar es un factor clave. En estas, a diferencia de los buques, tanto la resistencia como la propulsión no son características principales y por consiguiente, la espiral de diseño para una estructura offshore adquiere una forma distinta a la de un buque (Figura 2).

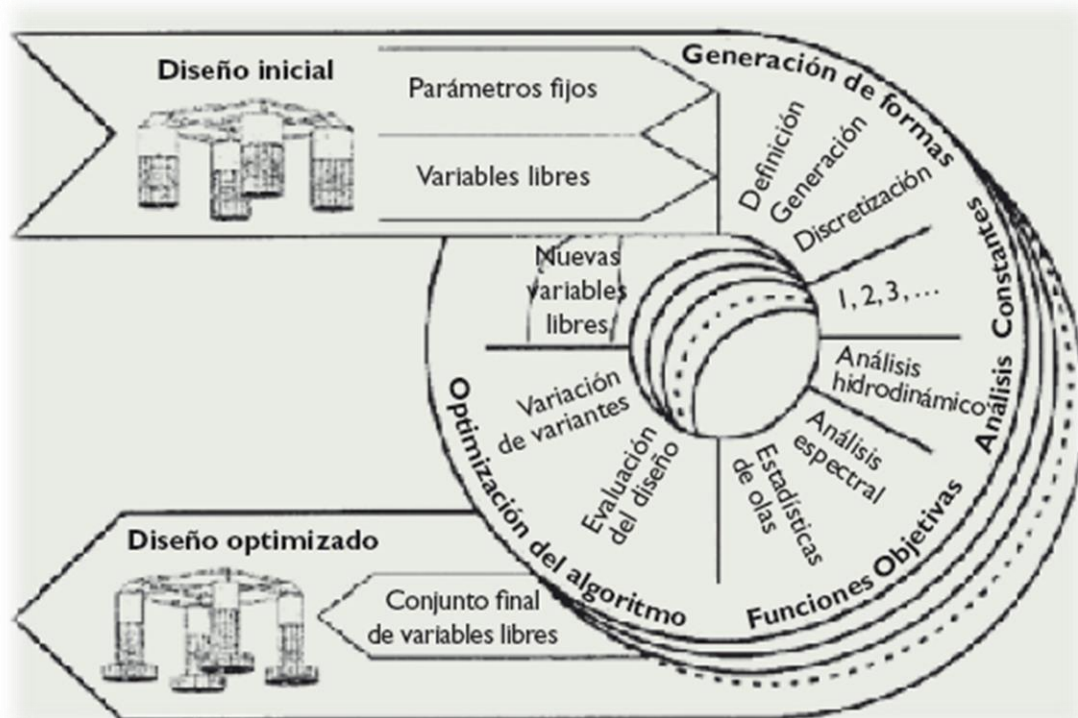


Figura 2. Procedimiento para la optimización de formas en estructuras offshore – Fuente: [1]

En definitiva, la capacidad operativa de barcos y estructuras offshore depende del comportamiento en la mar en las áreas específicas para las que se ha diseñado que opere el artefacto. Dada un área concreta de operación y el porcentaje de tiempo que el artefacto operará en condiciones adecuadas para su misión en un estado concreto de la mar, se puede determinar el índice de operatividad, a partir de la predicción de respuesta en movimientos para ese estado de mar y comparando esta respuesta con los criterios límite de operatividad.

Es decir, el procedimiento para evaluar el comportamiento en la mar está basado en la probabilidad de exceder unos movimientos de respuesta del buque o estructura offshore en un entorno marino particular.

### **1.2 – Los tres conceptos para comprender el comportamiento en la mar**

Así pues, el análisis de comportamiento en la mar es esencialmente un problema que consta de tres partes. En el caso de una plataforma offshore:

#### **1.2.1 – Misión de la plataforma y criterios límite**

Consiste en definir la misión que la plataforma offshore tiene intención de acometer. A partir de ella se obtiene el criterio límite usado para evaluar el comportamiento en la mar.

Es decir, la misión es el papel que ha de desempeñar la plataforma mientras está en la mar, y su cumplimiento o no viene dado por los criterios límite de movimiento. Estos criterios están basados en los movimientos de la plataforma y los índices de operatividad, e incluyen:

- Criterios de confort tales como ruidos, vibraciones y mareos.
- Criterios de supervivencia.
- Criterios de productividad.

#### **1.2.2 – Entorno marino**

Consiste en la estimación de las condiciones del entorno marino que probablemente se vaya a encontrar la plataforma offshore. Esto incluye tanto el estado de la mar, como la velocidad del viento, la corriente... o una combinación de dichas condiciones en una determinada región geográfica. Mediante las bases de datos oceánicas y los espectros de olas obtenidos a partir de ellas se define el entorno marino.

#### **1.2.3 – Respuesta en movimientos de la plataforma**

Consiste en la determinación de las respuestas de la plataforma en forma de movimientos dependiendo de las condiciones del entorno marino. Las respuestas obtenidas son una función de:

- Las condiciones de diseño del entorno marino.
- Las características de la plataforma (geometría del casco, distribución de pesos,...).

### 1.3 – Ejemplo de evaluación del comportamiento en la mar

Para entender mejor el proceso de evaluación, se cogerá como ejemplo el buque de acomodación offshore “Dan Swift” [1]. El cual está diseñado para permanecer en una posición determinada, proporcionando confort como hotel flotante, sin importar las condiciones del entorno marino. Para realizar dicho proceso de evaluación se seguirán los tres conceptos vistos anteriormente.

#### 1.3.1 – Misión del buque y criterios límite

La misión del buque consiste en proporcionar servicios de hotel al personal que trabaja a bordo de plataformas petrolíferas y buques de procesamiento y almacenamiento (FPSO), además también permite la transferencia de personal hacia la plataforma y viceversa, ya que el sistema de posicionamiento dinámico está controlado de manera que trata de limitar el esfuerzo de la pasarela. Por tanto, los criterios de evaluación son el confort y el funcionamiento de la pasarela.

#### 1.3.2 – Entorno marino

Este buque está diseñado para operar en “Campos Basin”, una importante área petrolífera situada a varias millas de la costa de Río de Janeiro (Brasil). La evaluación se llevó a cabo en las condiciones ambientales medias con el espectro de olas de Campos Basin:

- Viento → 15 m/s
- Altura de ola significativa → 3,5 m
- Periodo de ola, pico de mar de fondo → 12,8 s
- Periodo de ola, pico de viento → 9 s
- Corriente → 1,1 m/s

#### 1.3.3 – Respuesta en movimientos del buque

La empresa armadora, Lauritzen, pidió a MARIN (Maritime Research Institute Netherlands) evaluar el comportamiento del buque en la mar, tanto por medio de simulaciones numéricas por ordenador como ensayos reales.

La situación que se consideró para tales pruebas fue una en la que el buque hotel tenía que trabajar al lado del típico FPSO fondeado en una torreta anclada al fondo.

- Las simulaciones numéricas se realizaron utilizando el RUNSIM (software de control de posicionamiento dinámico), acoplado al LIFSIM (simulación en el dominio del tiempo para sistemas multi-cuerpo). Para ello se tuvieron en cuenta las interacciones hidrodinámicas entre el viento, las olas y la corriente.
- Los ensayos en canal se llevaron a cabo en el Canal de Ensayos Offshore de MARIN, combinando viento, olas, corriente y mar de fondo. Estos ensayos se realizaron con un modelo a escala 1:33, situado junto a un FPSO fondeado a torreta a 200 m de profundidad. Para ello se consideraron varias condiciones del estado de la mar.

### 1.3.4 – Índices de operatividad

Los índices de operatividad que se obtuvieron son:

- El tiempo de funcionamiento de la pasarela (tiempo operativo) era elevado, basado en el espectro de olas de Campos Basin. Este tiempo de operatividad era cercano al 95% del tiempo, mientras que la capacidad para conectarse entre el buque y el FPSO era cercano al 82% del tiempo.
- Se analizaron los índices de mareo MIR (Motion Illness Ratio) y se comprobaron con modelos y estándares europeos. Se mostró que la probabilidad de que el personal a bordo no se sintiera peor que un índice MIR 25 (estándar aceptable para la industria), era del 99,6%.

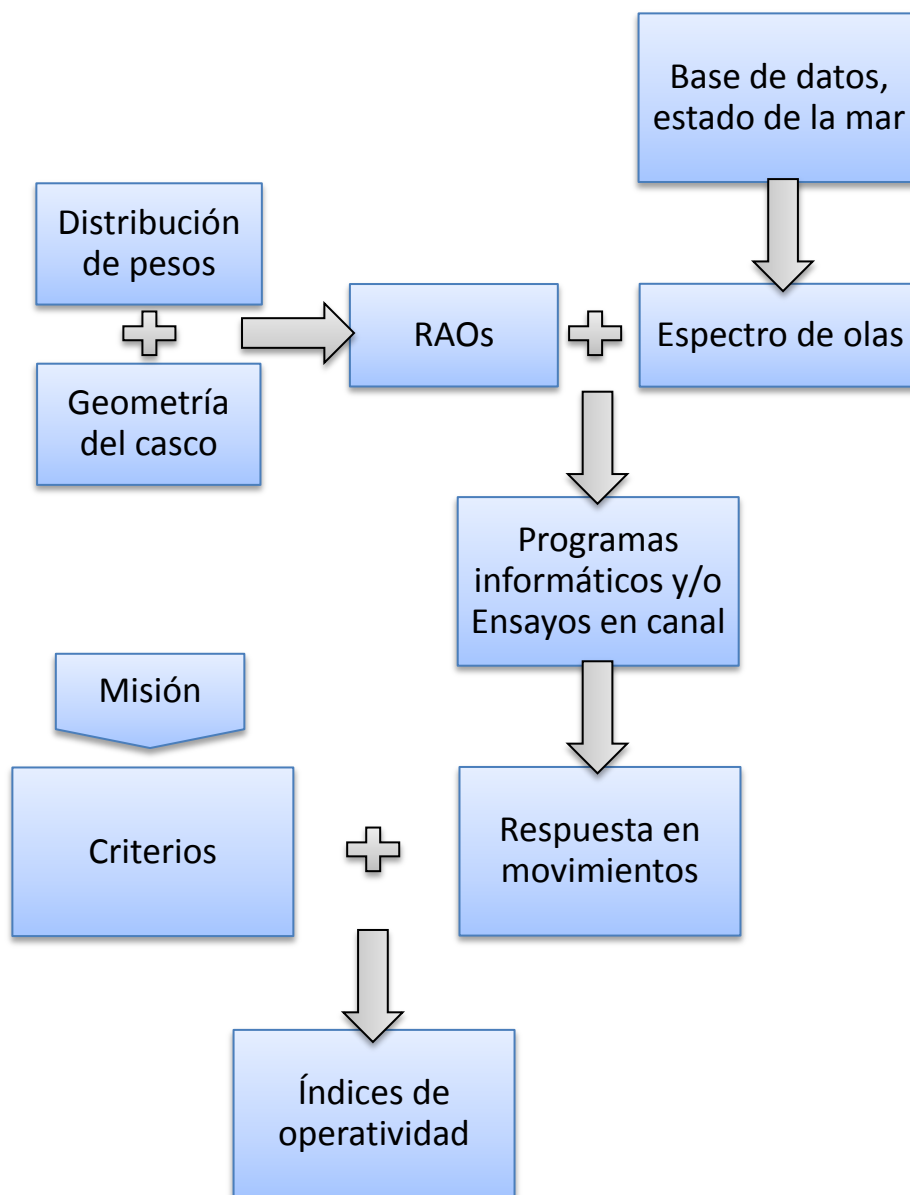


Figura 3. Proceso de evaluación del comportamiento en la mar.

## 1.4 – Resumen de los conceptos básicos

### 1.4.1 – Definición de los movimientos

El primer concepto importante cuando se habla de estructuras flotantes, consiste en la definición de sus movimientos. Así pues, los movimientos se pueden dividir básicamente en:

- Movimientos en fase con la frecuencia de las olas (WF).
- Movimientos de bajas frecuencias (LF).
- Movimientos de altas frecuencias (HF).

Los movimientos WF y HF son de origen no viscoso, mientras que los efectos viscosos suelen relacionarse con los movimientos LF.

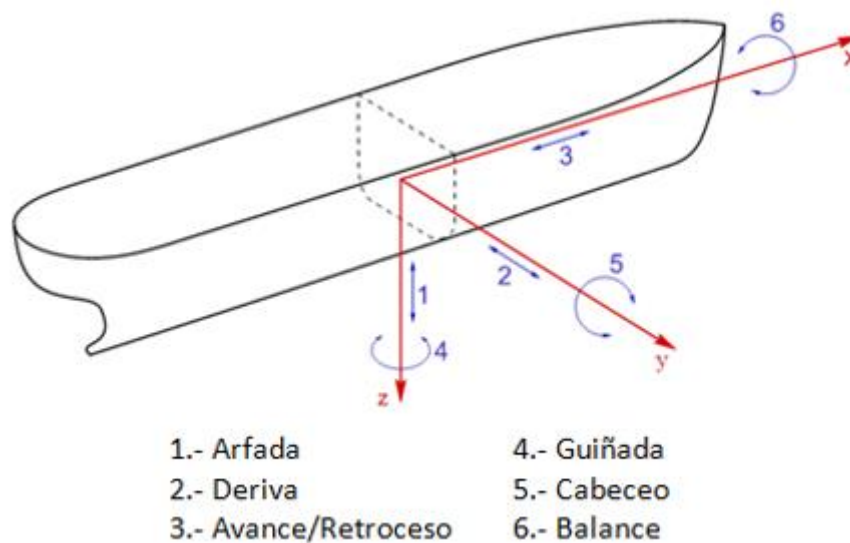


Figura 4. Movimientos en los seis grados de libertad.

Por otro lado, como se puede observar en la anterior imagen (Figura 4), tanto las plataformas offshore como las embarcaciones presentan seis grados de libertad, donde el movimiento de Arfada corresponde al “Heave”, la Deriva al “Sway”, el Avance o Retroceso al “Surge”, la Guiñada al “Yaw”, el Cabeceo al “Pitch” y el Balance al “Roll”.

### 1.4.2 – Problemas en estructuras offshore

Al igual que los barcos, las plataformas offshore sufren una serie de problemas debido al comportamiento en la mar, el diseño,... Los problemas más destacados son:

- Para operaciones de perforación, el movimiento de arfada es un factor límite.
- El cabeceo, el balance y las aceleraciones pueden representar factores limiten para la operación de equipo de proceso a bordo de una plataforma flotante de producción.
- En el diseño del sistema de amarre, las cargas debidas a la corriente, viento y oleaje son importantes. Hay dos parámetros importantes de diseño, el primero de ellos es la carga de rotura de las líneas de amarre, mientras que el otro es la flexibilidad del sistema elevador.
- Los movimientos locales, el movimiento de líquido en tanques y el efecto de olas rompientes.

### 1.4.3 – Conceptos teóricos básicos

Durante el transcurso del presente proyecto irán apareciendo varios conceptos teóricos que se definirán según proceda, aun así, todos los conceptos teóricos que se deben conocer y aplicar en el análisis del comportamiento en la mar, se han reagrupado y ordenado de modo progresivo en el [Anexo 2](#).

A continuación se definen brevemente algunos de ellos:

- La **teoría del flujo potencial** describe el comportamiento cinemático de los fluidos, basándose en el concepto matemático de función potencial, asegurando que el campo de velocidades del flujo de un fluido es igual al gradiente de una función potencial que determina el movimiento de dicho fluido.

$$\mathbf{V} = -\nabla\phi$$

El campo de velocidades queda definido como:

$$\mathbf{V} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$$

- El **principio de Bernoulli**, postula que para un fluido no viscoso, un incremento de la velocidad del fluido implica una disminución de su presión o energía potencial, dicha energía se mantiene constante a lo largo del recorrido.

Este principio se puede aplicar para diferentes tipos de flujo de fluidos. Así pues, para un fluido incompresible, la ecuación de Bernoulli es la siguiente:

$$\frac{v^2}{2} + g \cdot z + \frac{p}{\rho} = \text{constante}$$

- La **ecuación de Morison** se utiliza para estimar las cargas de oleaje en el diseño de las plataformas petroleras y otras estructuras relacionadas. Esta, es la suma de dos componentes de fuerza; una fuerza de inercia en fase con la aceleración local del flujo y una fuerza de arrastre proporcional al cuadrado de la velocidad de flujo instantáneo. Por ejemplo, para un cuerpo fijo en un flujo oscilatorio:

$$F = \rho \cdot C_m \cdot V \cdot \dot{u} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_d \cdot A \cdot u \cdot |u|$$

- El **efecto “vortex-induced vibrations”** o vibración inducida por vórtices, es un efecto que se produce al interactuar un cuerpo con un flujo de un fluido externo, induciendo movimientos oscilatorios y perpendiculares a la dirección principal del flujo incidente. La causa de dicho efecto son las irregularidades periódicas en el flujo.
- La **masa añadida o “added mass”**, es la inercia añadida al sistema debido al desplazamiento de un cuerpo por un fluido. Es decir, para acelerar un cuerpo en un fluido se requiere de más fuerza que para acelerarlo en el vacío, y por lo tanto, dado que la fuerza es igual a la masa por la aceleración se puede pensar en una fuerza adicional en términos de masa añadida.
- El **“damping” o amortiguamiento**, se define como la capacidad de un sistema o cuerpo para disipar energía cinética en otro tipo de energía. Dicho de otro modo se encarga de reducir, restringir o impedir las oscilaciones del sistema o cuerpo.

Aparte de los anteriores conceptos, en el presente proyecto también se habla del espectro de olas, la teoría de la ola en aguas profundas, la ecuación del movimiento, las condiciones de contorno del mar,...



#### 1.4.4 – Herramientas de cálculo numérico

Los ensayos con modelos y los ensayos a escala real, se utilizan para evaluar los movimientos y las cargas inducidas por las olas. Desde un punto de vista ideal los ensayos a escala real son preferibles, pero su inconveniente es que son muy caros y difíciles de realizar bajo condiciones controladas. En contra, los ensayos con modelos son indispensables, aunque su inconveniente consiste en la dificultad de escalar los resultados del modelo a escala real cuando las fuerzas viscosas hidrodinámicas son importantes.

Actualmente, con el rápido desarrollo de los ordenadores y gracias a sus grandes capacidades de memoria y elevadas velocidades de procesamiento, las herramientas de cálculo numérico han sufrido un progreso evolutivo. Aun así, es importante recalcar que los programas de cálculo numérico dependen del desarrollo de las teorías hidrodinámicas.

Lo ideal para analizar el comportamiento en la mar consiste en combinar los ensayos con modelos junto con los programas de cálculo numérico. Ya que en algunos casos los programas no son fiables, mientras que los ensayos con modelos proporcionan una mayor validez, sobre todo cuando se ensayan nuevos conceptos. En contra, los programas son más eficientes a la hora de evaluar diferentes diseños en una larga variedad de condiciones de la mar.

En este proyecto para realizar el análisis del comportamiento en la mar se utilizará un programa de cálculo numérico. Dicho programa se llama Tdyn – SeaFem, y se puede descargar de forma gratuita en la página web <http://www.compassis.com/compass>.

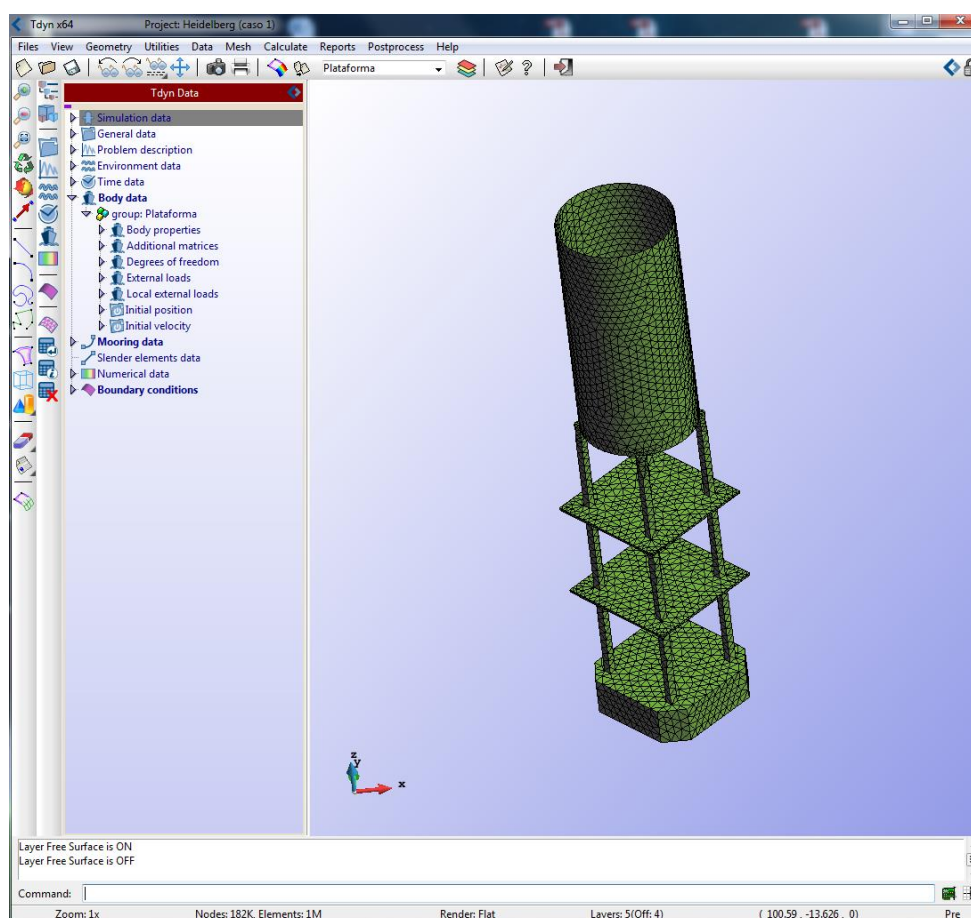


Figura 5. Ventana de trabajo de la herramienta Tdyn – SeaFEM.



## Capítulo 2. Tipos de plataformas offshore

Con el tiempo, la reducción de las reservas del petróleo y gas tanto en tierra como en mar a profundidades reducidas, ha obligado a los ingenieros de todo el mundo a desarrollar nuevas tipologías estructurales y avances tecnológicos que han permitido alcanzar mayores profundidades y aprovechar esas reservas totalmente inaccesibles hasta no hace mucho.

Así pues, una plataforma petrolífera offshore consiste en una estructura de grandes dimensiones cuya función se basa en extraer los recursos naturales de los yacimientos del lecho marino, para posteriormente exportar estos productos hacia la costa. Estas, por lo tanto, carecen de acceso directo desde tierra firme y deben soportar el ambiente marino donde se encuentran (corrientes, viento,...).

Por otro lado, también existen plataformas eólicas offshore. Estos parques eólicos offshore están inspirados en sus equivalentes para hidrocarburos, es decir, sus diseños estructurales son semejantes, aunque obviamente el diseño en sí es distinto, ya que las dimensiones varían. Por consiguiente, las cargas y tensiones que deben soportar son diferentes.

Puesto que existen varios modos de clasificar los tipos de plataformas offshore, resulta necesario establecer un criterio de clasificación. En este caso, puesto que el trabajo consiste en analizar el comportamiento en la mar de una plataforma offshore y por consiguiente interesa el diseño de su estructura, se clasificarán las estructuras en directas o fijas y estructuras con soportes flotantes.

### 2.1 – Estructuras directas o fijas

Consiste en plataformas que descansan directamente sobre el lecho marino, quedando fijas en él. Como en muchas otras infraestructuras, existen distintas formas de abordarlas, y la elección dependerá en cada caso, siendo la profundidad uno de los criterios más decisivos [7][8].

**2.1.1 – Estructuras de gravedad (GBS):** Son estructuras de soporte que se mantienen fijas en su lugar de colocación gracias a su propio peso. Generalmente están construidas de hormigón reforzado con acero que contiene una serie de células o espacios libres internos que permiten controlar la flotación hasta su lugar de colocación. Estas estructuras no se suelen utilizar para profundidades superiores a 300 metros, aunque siempre hay alguna excepción.

**2.1.2 – Jackets:** El nombre se debe a que generalmente la estructura sirve de recubrimiento y guía de los cuatro pilotes que la fijan en el fondo marino. Sin embargo, cuando la profundidad es muy elevada, los pilotes se colocan en el exterior, unidos a la estructura en su parte inferior, y clavados mediante martillos submarinos. Logrando así, evitar longitudes excesivas de los pilotes, ahorrando económicamente. Estas se emplean en profundidades de hasta 500 metros, por lo que se hace

imposible usar una grúa sobre pontona para su colocación. Por tanto, la forma de colocarlas consiste en soltarlas y controlar su hundimiento.

**2.1.3 – Torres flexibles o Compliant:** Consiste en una torre en celosía flexible apoyada sobre la cimentación a gran profundidad. Están diseñadas de forma que son capaces de soportar fuerzas y flexiones laterales. Además, el empleo de elementos flexibles reduce la resonancia y la amplitud de las fuerzas ondulatorias del oleaje. Estas están pensadas para profundidades entre 350 y 900 metros.

**2.1.4 – Plataformas Jack-up o auto-elevables:** Estas plataformas son un caso especial. Son plataformas de perforación móvil que pueden elevarse por encima del nivel del mar, gracias a unos pilares que se pueden bajar. Estas se utilizan normalmente en profundidades de hasta 120 metros, aunque algunos diseños pueden llegar a más profundidad. Su diseño les permite moverse de un lugar a otro para posteriormente anclarse mediante el despliegue de las patas hasta el fondo del océano, mediante un sistema de cremallera y piñón diferencial en cada pilar.

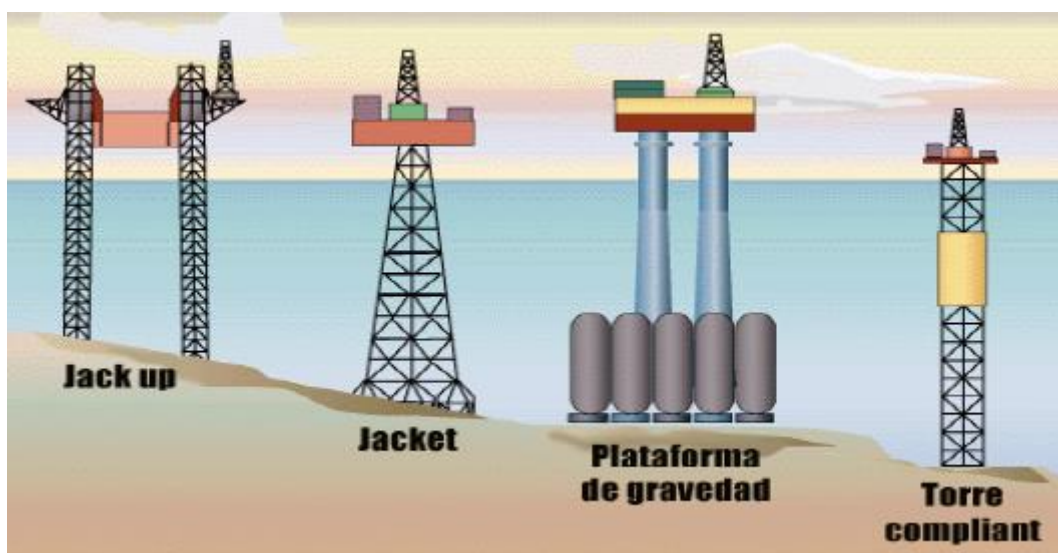


Figura 6. Tipos de plataformas fijas – Fuente: [8]

## 2.2 – Estructuras o soportes flotantes

Consiste en plataformas que se aprovechan del principio de Arquímedes para mantenerse sobre la superficie del agua, flotando. Se pueden distinguir dos tipos de soportes flotantes de acuerdo a su flotabilidad.

**2.2.1 – Soportes con flotabilidad neutra:** Un flotador está en flotabilidad neutra cuando éste se mantiene en equilibrio únicamente gracias a su peso y al empuje que ejerce el agua sobre él. En estos soportes, los anclajes tienen como único objetivo mantener estática la posición de la estructura en el tiempo. En este tipo de estructuras destacan las SPAR y semi-sumergibles.

- Los soportes flotantes SPAR se usan en aguas muy profundas. Disponen de un gran contrapeso en la parte inferior y no dependen del fondeo para mantenerse en posición vertical. Además tienen la capacidad de moverse horizontalmente, gracias al ajuste de las tensiones de línea de

fondeo, lo que les permite posicionarse sobre pozos a cierta distancia de la ubicación principal de la plataforma. Existen tres tipos principales de soportes SPAR. El Classic, el Truss y el Cell.

- Las estructuras semi-sumergibles flotan gracias a la flotabilidad de las columnas y pontones situados bajo el agua y el peso suficiente para mantener la estructura en posición vertical. Estas plataformas se pueden mover de un lugar a otro y se pueden lastrar o deslastrar mediante la alteración de la cantidad de inundaciones en los tanques de flotación.
- Unidades flotantes de producción, almacenamiento y descarga (FPSO): Son unidades flotantes que producen, almacenan petróleo y efectúan la descarga de este, por lo que en realidad más que plataformas son buques. Estos garantizan una gran capacidad de almacenamiento que permite la instalación de estas unidades en campos mucho más alejados de la costa, donde la instalación de líneas de tubería es imposible o demasiado costosa.

**2.2.2 – Soportes con flotabilidad positiva:** En este caso, a diferencia de la flotabilidad neutra, los soportes saldrían desprendidos hacia arriba si desapareciesen los anclajes. Por tanto, los anclajes no solo fijan la posición del soporte, sino que juegan un papel fundamental en el equilibrio de la plataforma.

- Las “Tension Leg Platforms” o TLPs, consisten en soportes flotantes anclados verticalmente, donde las líneas de fondeo se mantienen en tensión debido a la flotabilidad de la plataforma. Por consiguiente, estas plataformas permanecen en su posición vertical y se utilizan en profundidades entre 300 y 1500 metros. Este diseño tiene la ventaja de que dichos cables poseen una alta resistencia al esfuerzo axial y una muy baja flexibilidad, lo que garantiza que el soporte no sufra movimientos en la dirección vertical.

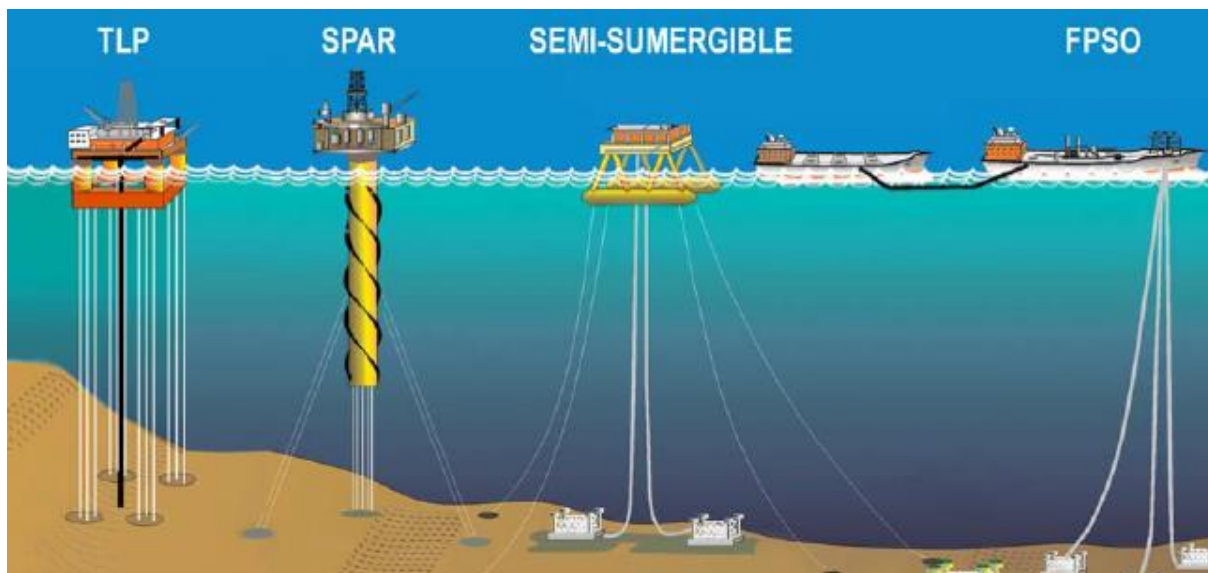


Figura 7. Tipos de plataformas flotantes – Fuente: [8]

## 2.3 – Elección de la plataforma

Tanto en tierra como en aguas poco profundas, cada vez es menor la cantidad de pozos productivos de petróleo y gas. Por ello, la actual necesidad de producir dichos recursos naturales, junto con el desarrollo tecnológico, ha llevado a diseñar plataformas offshore capaces de producir petróleo y gas a profundidades marinas superiores a 1.500 metros. Por este motivo, finalmente se ha decidido realizar el análisis del comportamiento en la mar de una plataforma offshore tipo SPAR.

Así pues, profundizando en su definición [9][10], una plataforma SPAR consiste en una plataforma petrolífera flotante cuya función es la de perforar, producir y almacenar los recursos naturales de los yacimientos del lecho marino (gas y petróleo). Este tipo de plataformas se utilizan en aguas muy profundas, es decir, en profundidades superiores a 1.500 metros.

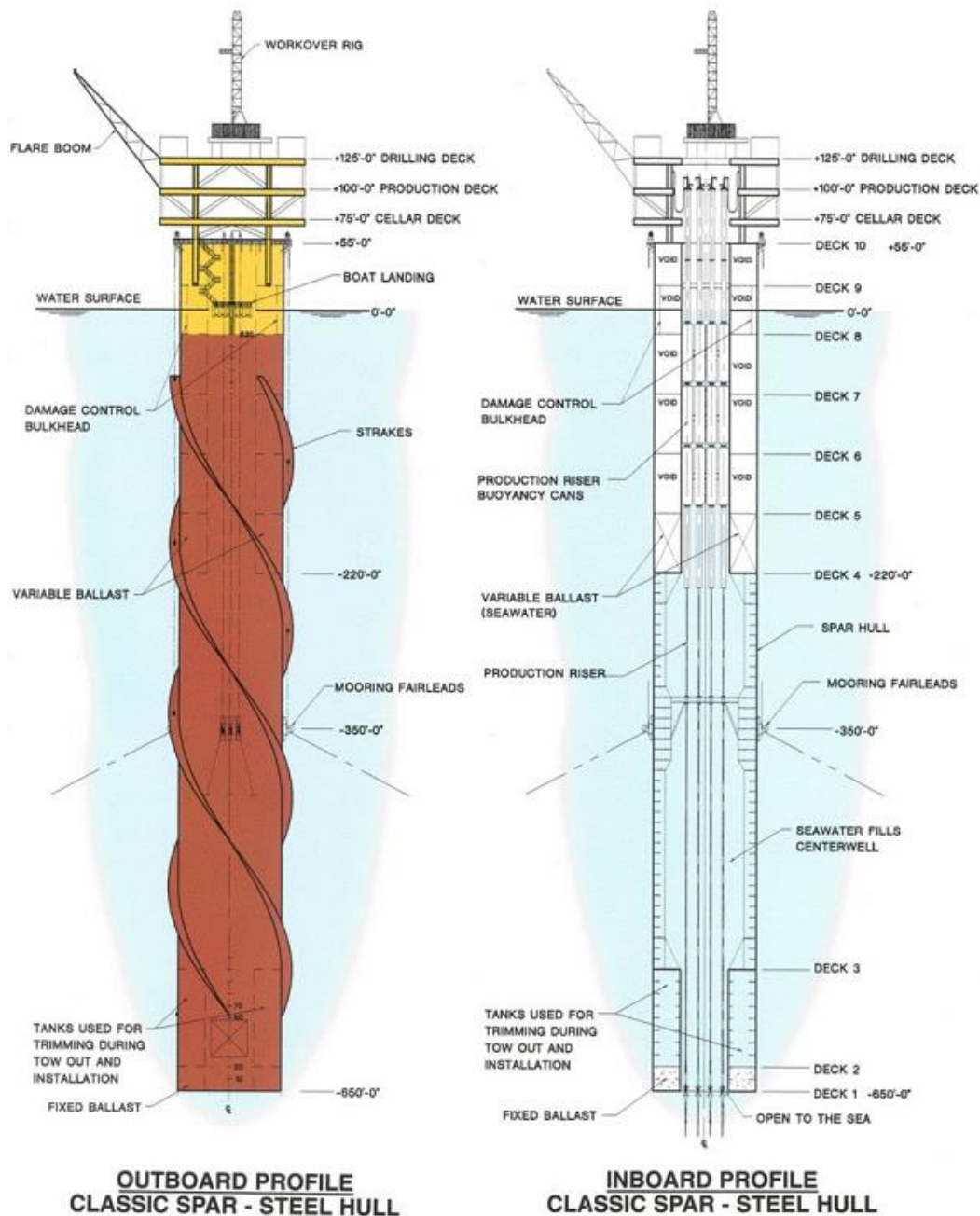


Figura 8. Partes de una plataforma Classic SPAR – Fuente: [9]

La estructura de estas plataformas (Figura 8) consiste en un largo cilindro vertical de gran diámetro, el cual soporta una cubierta. Este cilindro tiene una cámara en el fondo cargada con un material más denso que el agua, de modo que se logra bajar el centro de gravedad de la plataforma para garantizar una mejor estabilidad. Además, el casco de la estructura está rodeado por tracas helicoidales, cuya función consiste en mitigar los efectos de vórtice que se puedan producir, debido a las corrientes marinas y oleaje.

Por otra parte, estas estructuras están ancladas vertical y permanentemente al fondo del mar por medio de un sistema de anclaje compuesto de cadena-cable-cadena o cadena-poliéster-cadena.

Actualmente, se pueden distinguir tres tipos de plataformas SPAR:

- La “Classic”, vendría a ser la estructura definida arriba, es decir, consiste en un casco cilíndrico de grandes dimensiones, el cual dispone de grandes tanques de lastre ubicados en la parte más baja de su estructura.
- La “Truss”, consiste a diferencia de la “Classic” en un cilindro más corto, con una estructura de celosía (estructura reticular de barras rectas interconectadas en nodos, formando triángulos planos o pirámides tridimensionales) en la parte inferior del cilindro. Esta estructura consiste en cuatro largas patas ortogonales con varios tirantes entre cada una de ellas y placas de oleaje a profundidades intermedias, para proporcionar amortiguación. Al fondo de la estructura hay un tanque que alberga el material de lastre pesado.
- La “Cell”, consiste en un largo cilindro rodeado de cilindros más pequeños de longitudes alternantes. Al fondo del largo cilindro también se encuentra el pequeño tanque con el material de lastre pesado. Este tipo de diseño solo se ha empleado en una plataforma la Red Hawk SPAR, la cual se dio de baja en el 2014.

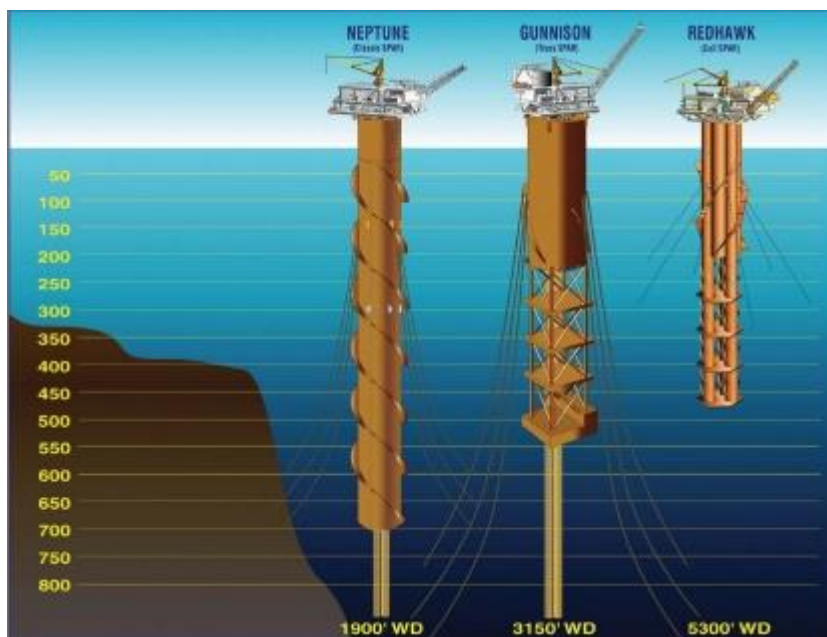


Figura 9. Ejemplos de plataformas Classic, Truss y Cell – Fuente: [10]



## Capítulo 3. Heidelberg Truss SPAR

El objetivo del proyecto, como se ha mencionado anteriormente, consiste en analizar el comportamiento en la mar de una plataforma offshore teniendo en cuenta los tres conceptos vistos en el capítulo uno (misión y criterios límite, entorno marino y respuesta en movimientos de la plataforma). Dicho análisis, se planteará y estudiará en diferentes condiciones meteorológicas y oceanográficas del entorno marino donde esté ubicada la plataforma, con el objetivo de verificar que la estructura aguantará las condiciones más desfavorables sin sufrir daños perjudiciales.

Así pues, para realizar el análisis se parte de una plataforma ya existente, por lo que se tendrá que obtener información sobre sus dimensiones, sus características principales, su diseño, su lugar de instalación, su misión,... y toda aquella información que pueda ser de utilidad para posteriormente poder representar la plataforma elegida en un programa de cálculo numérico.

Por consiguiente, se ha decidido realizar el análisis del comportamiento en la mar de la plataforma Heidelberg. Este análisis también se podrá aplicar a la plataforma Lucius, ya que ambas plataformas se construyeron a partir del diseño de una de ellas, es decir, ambas plataformas son Truss SPAR.

### 3.1 – Estructura, partes principales

El diseño de la plataforma Heidelberg se divide en dos partes; la superestructura, la cual se halla por encima del nivel del mar y el casco, el cual se encuentra sumergido ([Figura 10](#)).

Tanto en la superestructura como en el caso se pueden identificar sus partes más importantes. Así pues, en la superestructura destaca principalmente:

- La cubierta principal.
- La cubierta de producción, encargada de la extracción de petróleo y gas del lecho marino.
- Las bodegas o cubiertas destinadas al almacenaje.
- Las viviendas del personal operativo.

Mientras que en el casco destaca:

- El cilindro principal conocido como “Hard Tank”.
- El sistema de fondeo, mediante el cual se logra el anclaje de la plataforma.
- Los tanques de lastre, que se llenan con la finalidad de ganar estabilidad.
- El tanque de quilla o “Soft Tank”, en el cual se utiliza material de lastre pesado.
- La traca distribuida alrededor del casco, cuya función es la de reducir el efecto “vortex-induced vibration (VIV)”, del cual se hablará a continuación.

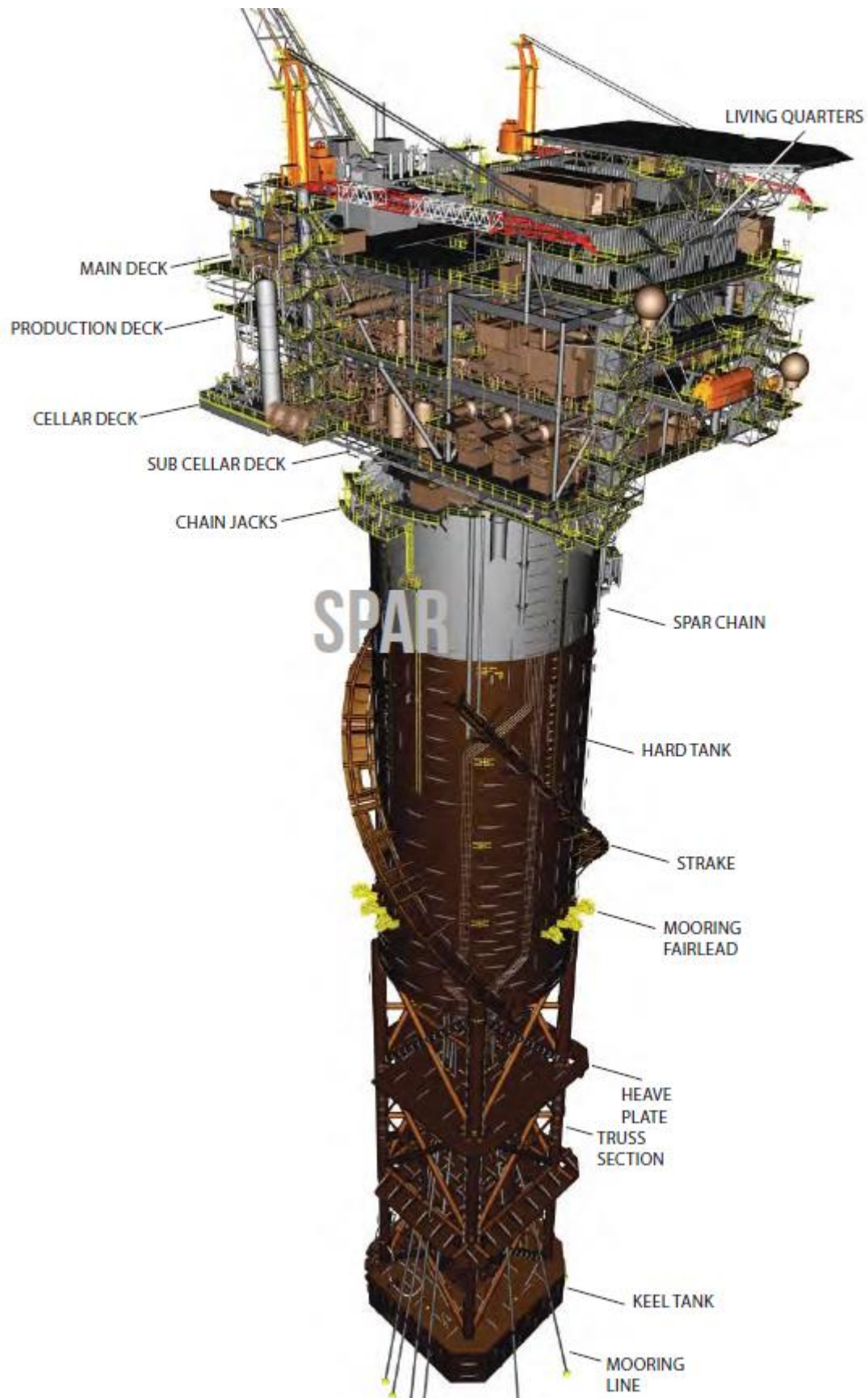


Figura 10. Partes de la plataforma Heidelberg – Fuente: [11]

### 3.1.1 – Efecto VIV “vortex-induced vibration”

En dinámica de fluidos, la vibración inducida por vórtices se refiere a los movimientos inducidos en cuerpos que interactúan externamente con un flujo, producidos por irregularidades periódicas en el flujo [17].

Un ejemplo semejante al efecto que ocurre en una plataforma offshore tipo SPAR, consiste en sumergir un cilindro en una corriente de fluido exterior. Así pues, conociendo que el fluido real tiene viscosidad, el flujo que circula alrededor del cilindro verá reducida su velocidad debido al contacto con la superficie de este, formando la capa límite. Cuando la fuerza de presión del fluido no alcance para mantener pegada la capa límite al cuerpo, se producirá el desprendimiento de la misma en forma de vórtices, cambiando del siguiente modo la distribución de las presiones a lo largo de la superficie. Cuando estos vórtices no se formen simétricamente alrededor del cuerpo, aparecerán diferentes fuerzas de sustentación a cada lado del cuerpo induciendo movimientos oscilatorios transversales, cuya magnitud puede llegar a ser importante.

Tal efecto, se manifiesta en muchas ramas de la ingeniería, como por ejemplo, en puentes, líneas de transmisión, estructuras offshore, intercambiadores de calor, cables de amarre,... y supone una importante fuente de daño por fatiga.

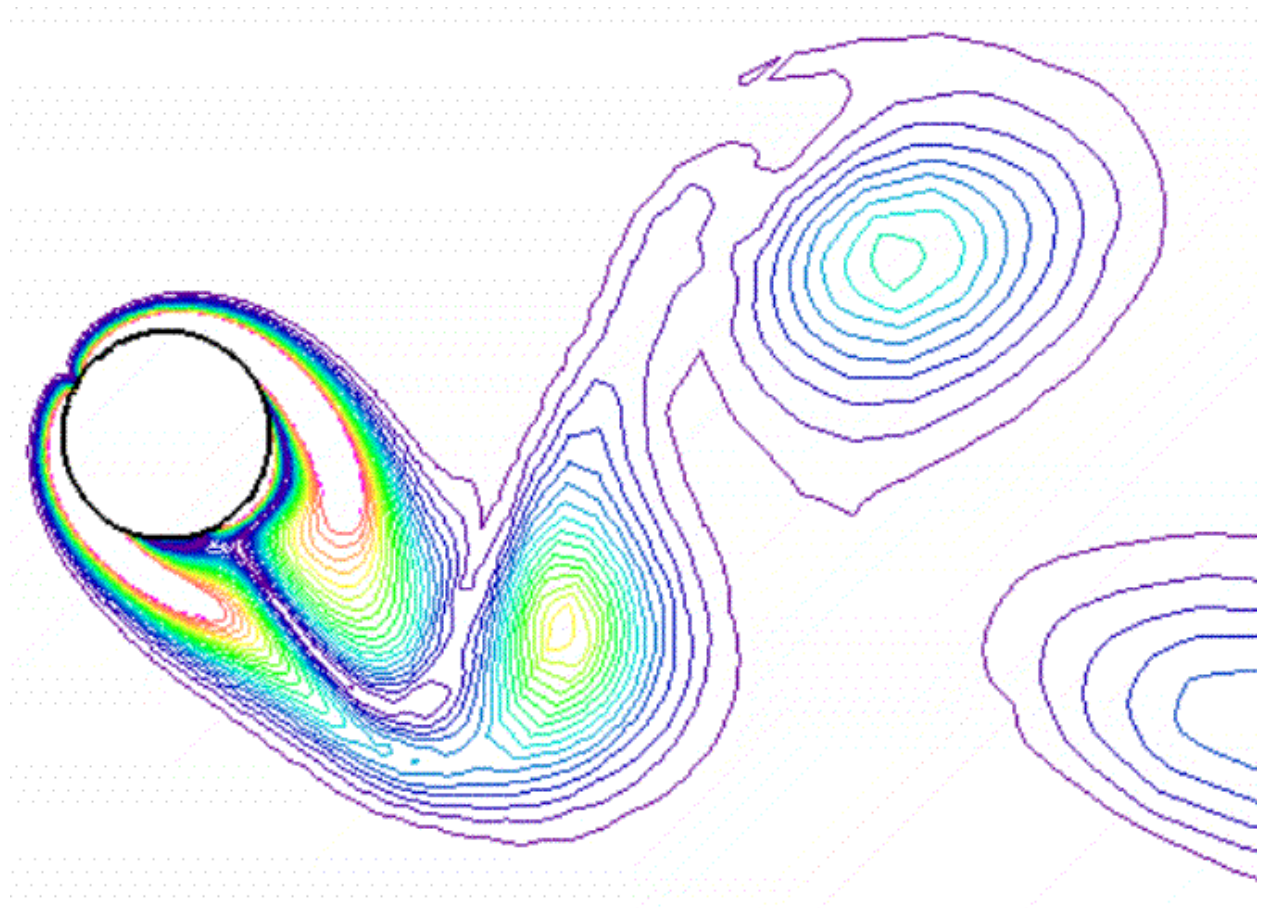


Figura 11. Efecto “vortex-induced vibration” – Fuente: [17]



### 3.2 – Estructura, características principales

A continuación se muestran varias tablas con las características principales de la plataforma Heidelberg [11]. En estas se proporciona toda la información esencial tanto para el diseño como para el posterior análisis del comportamiento en la mar, mediante la herramienta de cálculo numérico. Cabe decir, que la superestructura no se tendrá en cuenta durante el análisis del comportamiento en la mar.

**Características principales de la plataforma**

|  |                          |    |
|--|--------------------------|----|
| Dimensiones de la superestructura (x, y) | ≈ 67 x 50                | m  |
| Altura de la superestructura (z)         | ≈ 26'5                   | m  |
| Diámetro del casco                       | 33'5                     | m  |
| Altura del casco (z)                     | 184'4                    | m  |
| Calado                                   | 167'4                    | m  |
| Profundidad del agua                     | 1.615                    | m  |
| Peso operativo de la superestructura     | 1'5696 x 10 <sup>5</sup> | kN |
| Peso del casco (seco)                    | 2'2563 x 10 <sup>5</sup> | kN |
| Peso total                               | 3'8259 x 10 <sup>5</sup> | kN |

**Partes del casco**

|   |                 |   |
|---|-----------------|---|
| Diámetro del cilindro principal   | 33'5            | m |
| Altura del cilindro principal   | 86'8            | m |
| Altura del cilindro principal debajo de la línea de flotación (WL)          | 70              | m |
| Diámetros de las cuatro barras  | 3               | m |
| Altura de las cuatro barras   | 89'8            | m |
| Dimensiones de las placas horizontales                                      | 35'35 x 35'35   | m |
| Altura de las placas horizontales   | 0'75            | m |
| Dimensiones del tanque de quilla  | ≈ 35'35 x 35'35 | m |
| Altura del tanque de quilla   | 10'8            | m |
| Separación entre placas / placa-cilindro principal / placa-tanque de quilla | 28'9            | m |

Tabla 1. Características principales de la plataforma Heidelberg – Fuente: [11]

Algunos de los valores se han medido a partir de datos de otras plataformas semejantes, debido a que no se disponía de ellos. A consecuencia, en algunos valores de la tabla aparece el símbolo ≈.

### 3.3 – Diseño con Tdyn

El diseño de la plataforma se ha realizado con la herramienta de cálculo numérico Tdyn, partiendo de las dimensiones definidas en el apartado anterior. Cabe mencionar que el proceso empleado para su diseño se detalla en el [Anexo 1](#) y que para el posterior análisis dicho diseño se verá brevemente modificado.

Así pues, el resultado final de la plataforma es el siguiente:

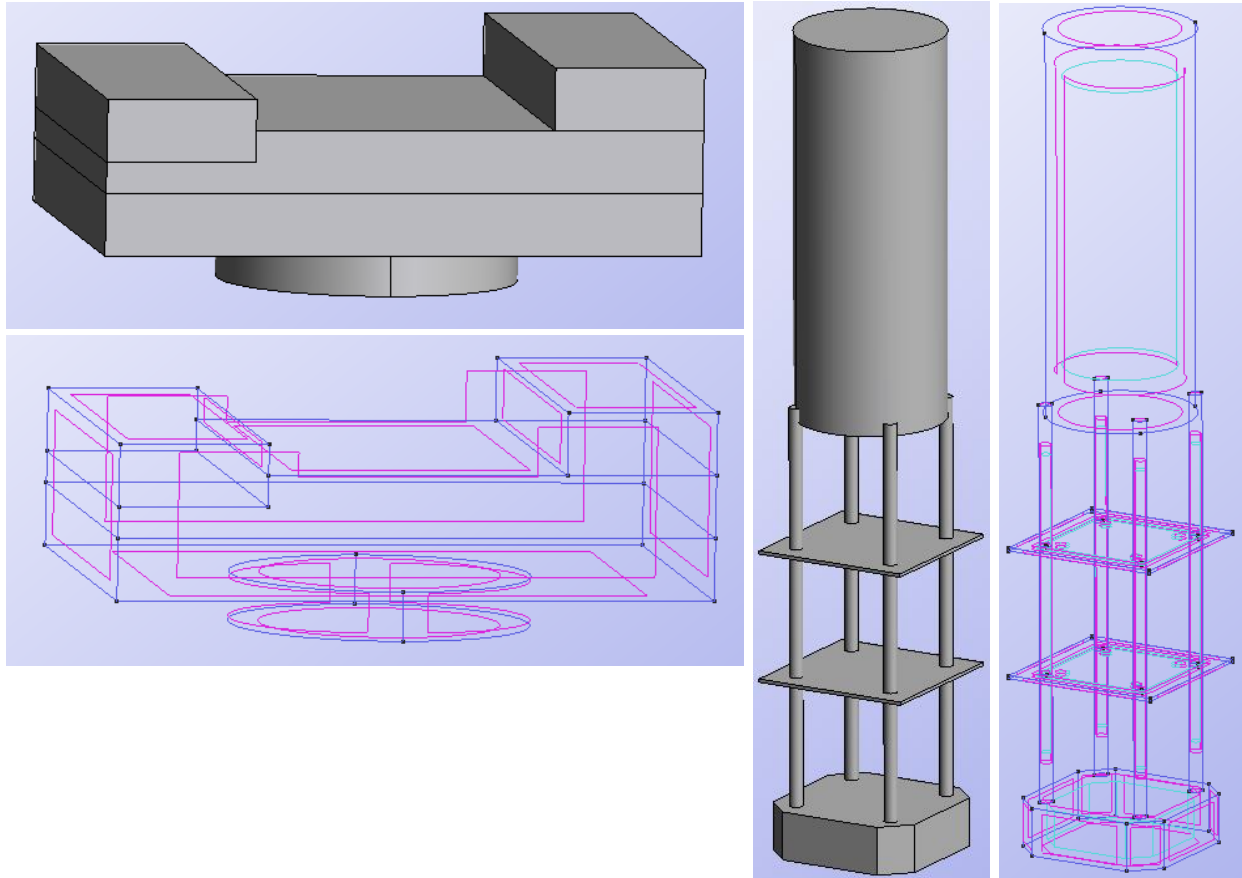


Figura 12. Representación de la plataforma Heidelberg; superestructura + casco.

Las primeras dos imágenes representan la superestructura de la plataforma Heidelberg, dicha estructura se ha representado por bloques donde cada bloque equivale a una cubierta distinta. Por otro lado, las imágenes restantes representan el casco de la plataforma formado por sus diversas partes.

Una vez diseñada la plataforma, es importante saber que:

- Durante el proceso de cálculo del comportamiento en la mar de la plataforma solo se tendrá en cuenta el diseño del casco a partir del nivel del mar (coordenadas en 0, 0, 0). Aun así, el peso correspondiente a la superestructura se tendrá en cuenta.
- El diseño de la plataforma representada en este apartado es meramente representativo, por lo que se verá ligeramente modificado para el posterior análisis.
- Habrá que definir las condiciones de contorno del “mar” que rodea la plataforma ([Anexo 1](#)).
- Se añadirá una fuerza externa en el eje z para compensar las posibles diferencias entre el valor calculado de masa por el programa debido al diseño y el valor establecido.

### 3.3.1 – Centro de gravedad

La posición del centro de gravedad de la plataforma offshore es una parte fundamental para el análisis del comportamiento en la mar. Puesto que dicho parámetro se desconoce se ha calculado empleando varias suposiciones en cuanto a los pesos correspondientes de cada una de las partes que forman la plataforma. Luego utilizando la siguiente ecuación, se ha hallado el centro de gravedad de la plataforma:

$$Z_G = \frac{\sum z_i \cdot W_i}{W_T}$$

Donde  $z_i$  es la posición del centro de gravedad de cada sección desde quilla,  $W_i$  es la masa de cada sección y  $W_T$  es el desplazamiento de la plataforma. Esta ecuación únicamente se emplea en el eje de coordenadas Z, ya que debido a la simetría de la plataforma los valores  $X_G$  e  $Y_G$  son nulos.

|                        | Masa (Kg)                           | Posición $Z_G$ (m) |
|------------------------|-------------------------------------|--------------------|
| <b>Casco</b>           | <b><math>2'30 \cdot 10^7</math></b> | <b>118'8</b>       |
| Cilindro principal     | $1'88 \cdot 10^7$                   | 141                |
| Tanque de quilla       | $3'13 \cdot 10^6$                   | 5'4                |
| Barras x4              | $6'21 \cdot 10^5$                   | 54'2               |
| Placa 1                | $2'30 \cdot 10^5$                   | 39'8               |
| Placa 2                | $2'30 \cdot 10^7$                   | 68'7               |
| <b>Superestructura</b> | <b><math>1'60 \cdot 10^7</math></b> | <b>200'4</b>       |
| <b>Lastre</b>          | <b><math>4'05 \cdot 10^7</math></b> | <b>65'82</b>       |
| Libre                  | $2'20 \cdot 10^7$                   | 116'5              |
| Fijo                   | $1'85 \cdot 10^7$                   | 5'4                |
| <b>Total</b>           | <b><math>7'95 \cdot 10^7</math></b> | <b>108'15</b>      |

Tabla 2. Centro de gravedad de la plataforma Heidelberg.

En la siguiente tabla, los valores marcados en verde corresponden a suposiciones y/o aproximaciones determinadas a partir de los valores de una plataforma semejante [18], mientras que los valores en negrita han sido calculados.

El resultado obtenido de la posición del centro de gravedad ( $Z_G = 108'15$  metros) se ha determinado cogiendo como sistema de referencia la quilla, pero para el análisis del comportamiento en la mar dicho sistema de referencia cambiará y se encontrará al mismo nivel del mar, por lo tanto:

$$Z_G = 108'15 - 167'4 = -59'25 \text{ metros}$$

Donde los 167'4 metros equivalen al calado de la plataforma.

Puesto que estas suposiciones o aproximaciones pueden llegar a no ser muy fiables, se ha comparado el resultado obtenido con el de una plataforma semejante, cuyas dimensiones principales son:

- Calado total = 164'6 m.
- Dimensiones del cilindro principal (Hard Tank): L = 80'8; D = 37'2 m.
- Dimensiones tanque de quilla = 37'2 x 37'2 x 6'1 m.
- Dimensiones de las tres placas = 37'2 x 37'2 x 1 m.
- Dimensiones de las cuatro barras: L = 94'5 m; D = 2'9 m
- Centro de gravedad = (0, 0, -66) m.

Dichas dimensiones como se puede observar son muy semejantes a las de la plataforma Heidelberg, aunque en general son algo mayores, por ello, tiene lógica que su centro de gravedad se halle unos seis metros por debajo del centro de gravedad calculado para la plataforma Heidelberg. De este modo, pese a que tal vez sea algo mayor el valor real del centro de gravedad de la plataforma Heidelberg, la aproximación que se ha realizado se puede considerar como buena.

### 3.3.2 – Radio de giro

El radio de giro es otro parámetro importante a determinar. Este describe como la masa se distribuye alrededor de su eje de rotación. Es decir, es el valor medio cuadrático de distancia de los puntos de la sección o distribución de masa respecto a su eje.

Así pues, dicho parámetro se puede calcular a partir del momento de inercia y de la masa de la plataforma, utilizando la siguiente ecuación:

$$r_{xx} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{M}}; \quad r_{yy} = \sqrt{\frac{I_{yy}}{M}}; \quad r_{zz} = \sqrt{\frac{I_{zz}}{M}}$$

Debido al desconocimiento del valor de las inercias de la plataforma Heidelberg, el radio de giro se ha cogido a partir de los datos de la plataforma semejante vista en el apartado anterior, donde sus valores son:

$$r_{xx} = 100; \quad r_{yy} = 100; \quad r_{zz} = 15$$

Y por consiguiente, una vez establecido su radio de giro y conocida su masa se han podido calcular los momentos de inercia:

$$I_{xx} = M \cdot r_{xx}^2 = 7'94 \cdot 10^{11};$$

$$I_{yy} = M \cdot r_{yy}^2 = 7'94 \cdot 10^{11};$$

$$I_{zz} = M \cdot r_{zz}^2 = 1'78 \cdot 10^{10};$$

### 3.4 – Fondeo, características principales

Otra parte esencial es el sistema de fondeo de la plataforma, el cual consta de cuatro elementos principalmente. El primero de ellos es la cadena de la plataforma, seguida de una larga cuerda de poliéster enlazada con la cadena del fondo. Y por otra parte está el pilar de succión, el cual consiste en un cilindro que se incrusta en el sedimento marino, cuyo objetivo consiste en facilitar el proceso de extracción de gas y petróleo.

El sistema de fondeo, está formado por nueve líneas de fondeo las cuales se distribuyen alrededor del casco cilíndrico. Estas líneas están separadas de tres en tres por un ángulo aproximado de 120°. Tal distribución se muestra en la Figura 13.

|                         | Longitud (Pies) | Diámetro (Pulgadas) |
|-------------------------|-----------------|---------------------|
| Pilar de succión        | 112             | 18                  |
| Cadena de la plataforma | 1030            | 6                   |
| Cuerda de poliéster     | 7376            | 10                  |
| Cadena del fondo        | 352             | 6                   |

Tabla 3. Detalles del sistema de amarre de la plataforma Heidelberg – Fuente: [11]

*Cabe recordar que el valor equivalente en metros de un pie es de 0,3048 metros, mientras que el equivalente para una pulgada es de 0,0254 metros.*

El lugar donde están ancladas las nueve líneas de fondeo catenarias de la plataforma, es un dato muy relevante para el posterior análisis del comportamiento en la mar. Debido a que se desconoce tal ubicación, se ha realizado una suposición sencilla partiendo de los datos que se conocen (longitud total de la cadena y profundidad de las aguas). Dicha suposición se explica detalladamente en el [Anexo 1](#), y su resultado se presenta a continuación en la Figura 13.

Por otro lado, los valores obtenidos representados en la [Figura 13](#), se deben calcular en coordenadas cartesianas para el posterior diseño de las líneas de fondeo con la herramienta de cálculo numérico Tdyn-SeaFEM. Dicho proceso también se detalla en [Anexo I](#).

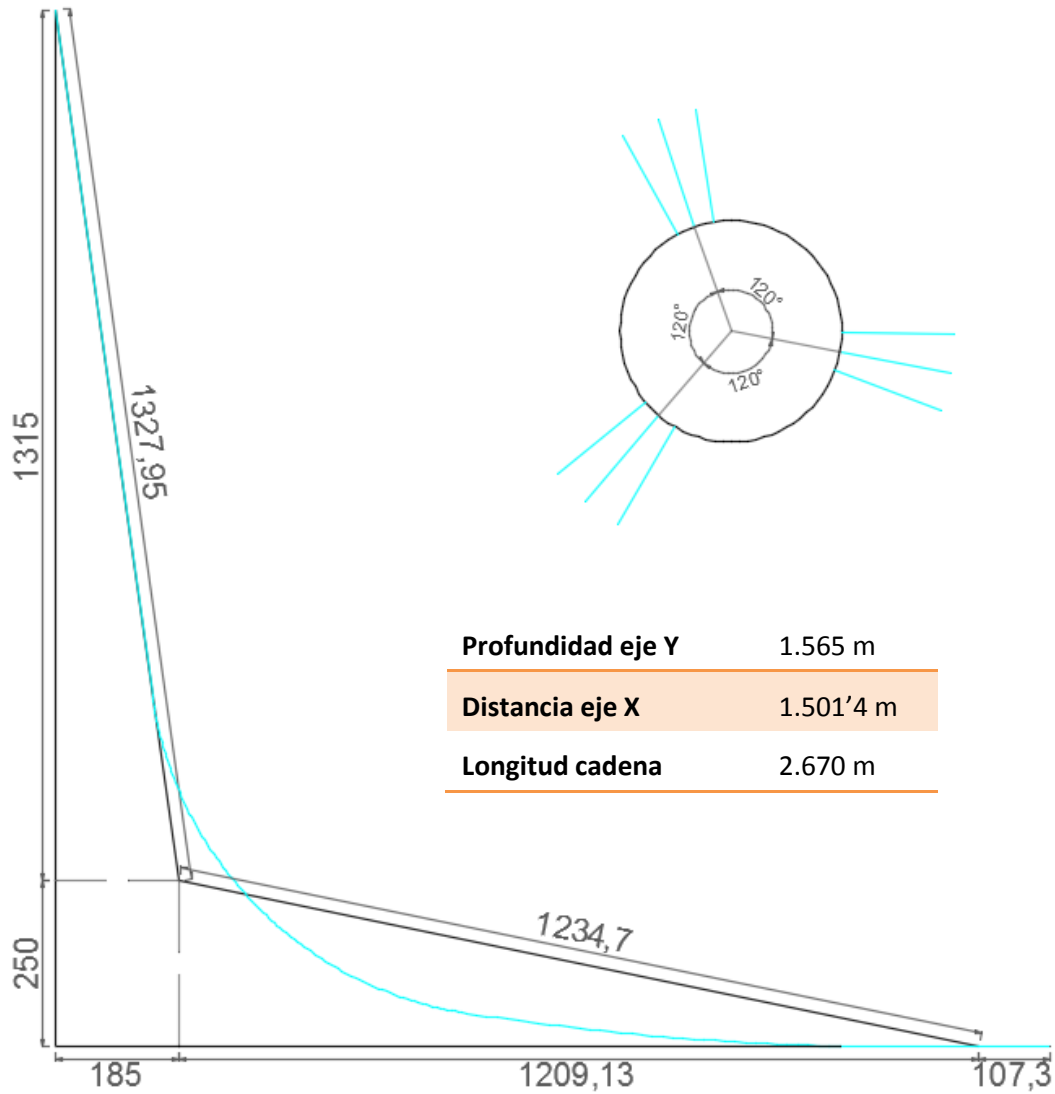


Figura 13. Líneas de amarre catenarias, ubicación y distribución.

### 3.4.1 – Cargas de rotura

Otro punto a analizar es la carga de rotura de las diferentes partes de la cadena [12] y [13]. Puesto que la cadena se divide en dos materiales, poliéster y acero, habría que buscar la carga de rotura de ambos, pero la herramienta de cálculo numérico no permite establecer una cadena con distintos materiales. Por lo tanto se supondrá que toda la cadena es de poliéster. Aun así, se compararán ambos valores para analizar sus diferencias.

- La cuerda de poliéster tiene una longitud de 7.376 pies y un diámetro de 10 pulgadas o 254 mm.

|                | Diámetro (mm) | Peso (Kg / 100m) | Carga de rotura (KN) |
|----------------|---------------|------------------|----------------------|
| Doble trenzado | 240           | 4.390            | 10.271               |
| Gama 98        | 260           | 4.820            | 19.620               |

Tabla 4. Carga de rotura de la cuerda de poliéster – Fuente: [13]

- El conjunto de las dos cadenas de acero tiene una longitud de 1.382 pies y un diámetro de 6 pulgadas o 152'4 mm. En este caso, la tabla se representará en tres grados en función de la carga de prueba aplicada sobre la cadena con conrete.

| Diámetro (mm) | Peso (Kg / 27'5m) | Grado U1 - Carga de prueba / rotura (KN) | Grado U2 - Carga de prueba / rotura (KN) | Grado U3 - Carga de prueba / rotura (KN) |
|---------------|-------------------|--|--|--|
| 147           | 12.300            | 4.790 - 6.840                            | 6.840 - 9.560                            | 9.560 - 13.660                           |
| 152           | 13.200            | 5.050 - 7.220                            | 7.220 - 10.100                           | 10.100 - 14.430                          |
| 157           | 14.100            | 5.320 - 7.600                            | 7.600 - 10.640                           | 10.640 - 15.200                          |

Tabla 5. Carga de rotura de la cadena de acero – Fuente: [12]

Como se ha dicho anteriormente, la cadena únicamente será de poliéster, pero el poliéster es más ligero que el acero. Por ello, es necesario comparar el peso total de la cadena con ambos materiales y de la cadena hecha completamente de acero.

Así pues, en el primer caso la longitud correspondiente a la cadena de acero es de 1.382 pies o 421 metros aproximadamente, mientras que la longitud de la cuerda de poliéster es de 7.376 pies o 2.250 metros aproximadamente. Dividiendo la longitud total en tramos del siguiente modo:

$$Acero = \frac{421}{27'5} = 15'31 \text{ tramos} \quad Poliéster = \frac{2.250}{100} = 22'5 \text{ tramos}$$

Y multiplicando el número de tramos por el peso de cada uno de ellos:

$$Acero = 15'31 \cdot 13.200 = 202.092 \text{ Kg} \quad Poliéster = 22'5 \cdot 4.820 = 108.450 \text{ Kg}$$

De modo que el peso total de una línea de fondeo es por lo tanto:

$$Peso \text{ total } 1 \text{ línea} = 310.542 \text{ Kg}$$

Mientras que si la cadena fuese completamente de acero o de poliéster, realizando la misma operación que para el caso anterior, el peso total de una línea de fondeo sería:

$$Peso \text{ todo acero } 1 \text{ línea} = 1.282.080 \text{ Kg}$$

$$Peso \text{ todo poliéster } 1 \text{ línea} = 128.742'2 \text{ Kg}$$

Por consiguiente, se ha decidido que el material que se utilizará en toda la longitud de las líneas de fondeo para el análisis del comportamiento en la mar, es el poliéster Gama 98 pese a una reducción de peso en comparación al conjunto cadena-poliéster-cadena algo superior a la mitad.

|                | Diámetro (mm) | Área (mm <sup>2</sup> ) | Peso (Kg / m) | Módulo de Young (MPa) | Carga de rotura (KN) |
|----------------|---------------|-------------------------|---------------|-----------------------|----------------------|
| <b>Gama 98</b> | 254           | 50.670                  | 48'2          | 3.000                 | 19.620               |

Tabla 6. Propiedades de la cuerda de poliéster, Gama 98 – Fuente: [13]

Debido al peso del sistema de fondeo, en la herramienta de cálculo numérico habrá que añadir una carga externa positiva al eje z con el fin de compensarlo. Dicha carga tendrá un valor de:

$$(L_{cadena} - L_{cadena \text{ en contacto con el lecho marino}}) \cdot \text{Líneas fondeo} \cdot \frac{\text{peso}}{\text{metro}} = 7'46 \cdot 10^6 \text{ N}$$

Así pues, la representación final del sistema de fondeo generada por la herramienta de cálculo numérico Tdyn, presenta la siguiente forma:

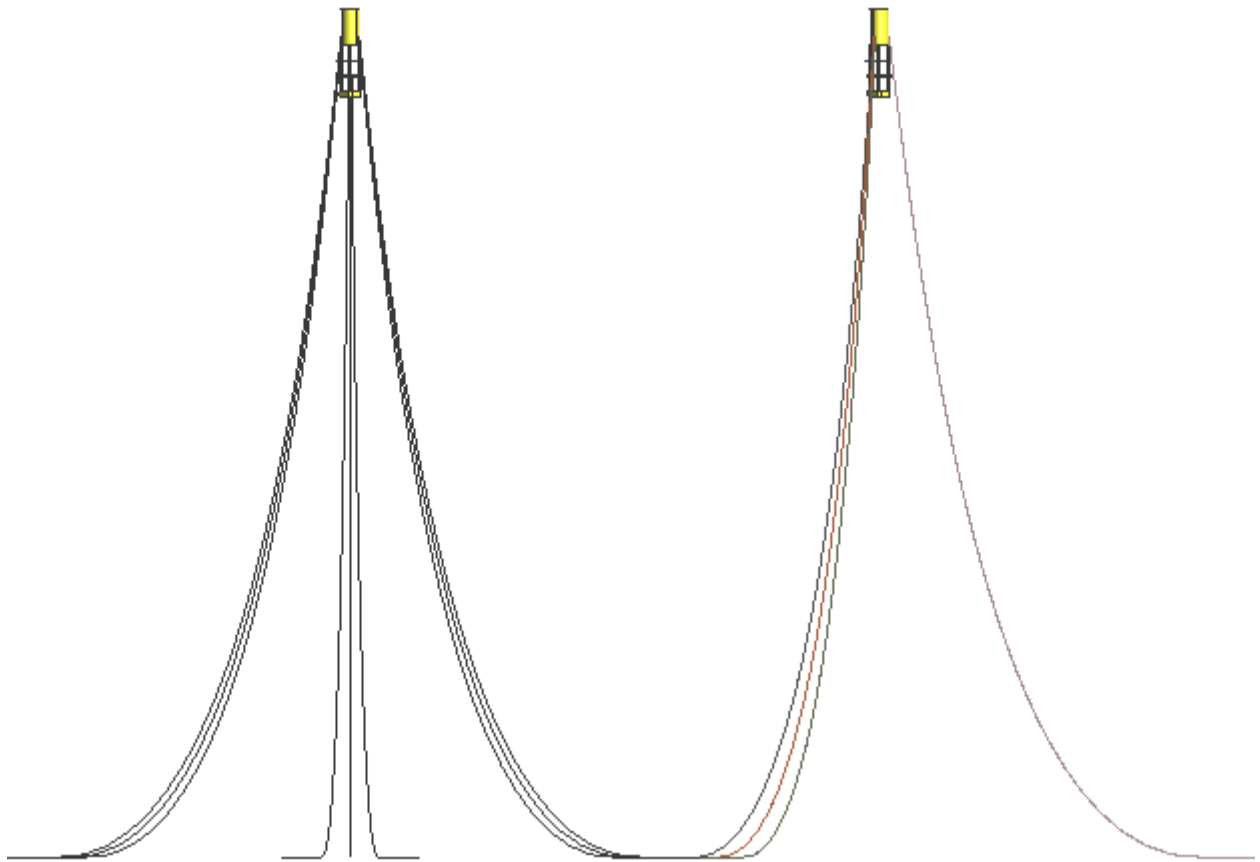


Figura 14. Fondeo (plano XZ e YZ).

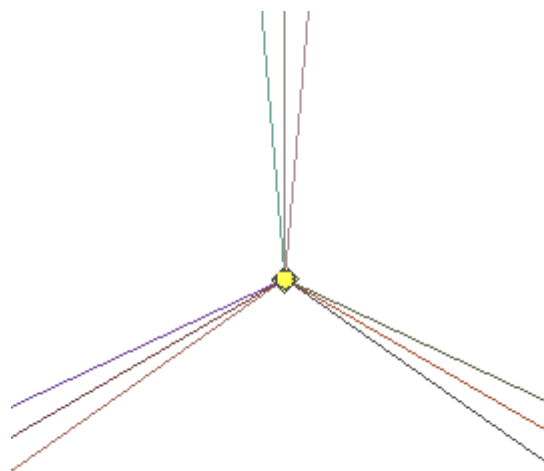


Figura 15. Fondeo (plano XY).



### 3.5 – Elementos delgados, ecuación de Morison

El problema interacción oleaje-estructura es de gran complejidad y resulta por ello común que se realicen idealizaciones y simplificaciones permitiendo llevar a cabo un estudio con un cierto grado de incertidumbre. En este campo aparecen las ecuaciones de Morison, con el objetivo de tener una predicción de la interacción del oleaje sobre cuerpos con una geometría esbelta, permitiendo la estimación de las fuerzas originadas por el fluido pero con una serie de limitaciones [4].

La idea básica de esta ecuación es que las fuerzas originadas por el oleaje puedan ser divididas en dos términos. El primero de ellos es proporcional a la aceleración del fluido, mientras que el segundo es proporcional al cuadrado de la velocidad. Estas fuerzas se ajustan en función de unos coeficientes empíricos que dependen de la rugosidad y la geometría de los elementos. Además, los términos de masa e inercia son idénticos a los obtenidos con la teoría potencial, mientras que los términos relacionados con la viscosidad se incorporan junto con el término cuadrático.

Así pues, las fuerzas a las que está sometido un elemento esbelto pueden descomponerse en:

$$F = F_D + F_M + F_L + F_V + F_F$$

Donde  $F_D$  son las fuerzas de arrastre generadas por la componente normal de la velocidad del flujo, proporcionales al cuadrado de la velocidad. Mientras que  $F_V$  son las fuerzas de arrastre lineal muy pequeñas que se pueden despreciar. La magnitud de dichas fuerzas está dada por el coeficiente de arrastre  $C_D$ , el cual depende de la geometría del elemento esbelto:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}; \quad U = \text{velocidad media flujo}; \quad A = \text{Área}$$

$F_M$  son las fuerzas de inercia generadas por la componente normal a la aceleración del flujo. Estas pueden formularse en función del coeficiente de inercia, el cual depende también de la masa añadida:

$$C_M = \frac{F_M}{\frac{1}{2}\rho a V}; \quad a = \text{aceleración flujo}; \quad V = \text{volumen}$$

$F_L$  no forma parte de las fuerzas de Morison, sino que son las fuerzas de sustentación orientadas normales al vector de velocidad y al eje principal del elemento esbelto. Si la mayoría de los elementos de la estructura son esbeltos, este coeficiente es nulo:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 S}; \quad S = \text{superficie característica}$$

Y finalmente  $F_F$  son las fuerzas de fricción, cuyos valores son muy pequeños y se pueden despreciar.

Cuando se linealizan las fuerzas generadas por la excitación de oleaje regular sobre una estructura esbelta cilíndrica, aparecen dos fuerzas. Las fuerzas debidas al campo de presiones denominadas Froude-Kriloff junto con la componente de difracción debida a la alteración de este campo de presiones por la propia presencia del cuerpo y las fuerzas y momentos generados por los efectos viscosos del fluido sobre la estructura.

Así pues, si se considera un fluido en un campo de velocidades  $U(x, y, z, t)$  oscilatorio en una de las direcciones, la fuerza actuante en el fluido es:

$$F = \frac{D(\rho U)}{Dt} = \frac{\rho dU}{dt} + \nabla \frac{1}{2} \rho U^2$$

Esta fuerza corresponde a la de un cuerpo libre de pequeño tamaño. Además, existen multiplicadores numéricos que permiten ajustar los valores de fuerza (el coeficiente de arrastre e inercia), por lo que si un cuerpo tiene una longitud L:

$$F = \rho C_M V \frac{dU}{dt} + \frac{1}{2} \rho C_D \frac{V}{L} U^2$$

Donde V es el volumen del cuerpo y el coeficiente de inercia se puede expresar como  $C_M = 1 + C_A$ , donde  $C_A$  es el coeficiente de masa añadida. Así pues, se observa que el primer término engloba las fuerzas del campo de presiones mientras que el segundo contiene las fuerzas netas debidas al gradiente de presión.

Puesto que esta teoría está basada en la consideración del flujo potencial, solo es válida para cilindros que penetran en la superficie libre y con una longitud de ola superior a 5 veces el diámetro ( $\lambda > 5D$ ). Por lo tanto, la fuerza total linealizada por unidad de longitud ejercida por las olas de superficie sinusoidales sobre elementos, conocida como ecuación de Morison se puede expresar como:

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho D \cdot (l x U x l) \cdot |l x U x l| + C_M \rho S \cdot (l x a x l)$$

Donde **U** es el vector columna de velocidad del fluido, **a** es el vector columna de aceleración del fluido y **l** es el vector columna de cosenos directores que definen al posición del elemento dentro del sistema de referencia global.

### 3.5.1 – Definición de los elementos delgados

Los elementos delgados que se introducirán en el diseño de la plataforma Heidelberg mediante el uso de la ecuación de Morison, son los elementos cilíndricos que forman su estructura en celosía representada simplificada en la Figura 16. Dichos elementos tienen un diámetro de 1'6 metros y una longitud de 35'7 metros.

Así pues, para conocer el valor de los coeficientes de arrastre y masa añadida de cada uno de los elementos cilíndricos de dicha estructura, se ha recurrido al estudio realizado por un laboratorio de investigación, del cual se obtuvo como conclusión que el valor de los coeficientes estaba

comprendido entre [5]:

- $C_M = 1'508 \pm 0'197$
- $C_D = 1'626 \pm 0'414$

Por consiguiente, los valores que se tomarán para la representación de los elementos delgados son;  $C_M = 1'6$  y  $C_D = 2$ . Cabe mencionar que para la representación de cada elemento con la herramienta de cálculo numérico Tdyn, al igual que en las líneas de amarre, es necesario hallar los puntos de conexión inicial y final en coordenadas. Dicha distribución se halla en el [Anexo 1](#).

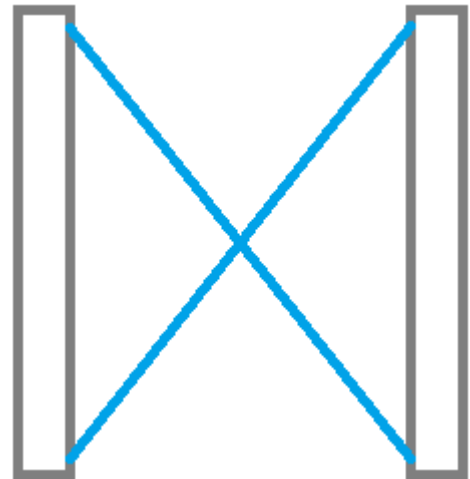


Figura 16. Elementos delgados.

## Capítulo 4. Entorno marino

Conocida la plataforma y sus características principales, en los posteriores capítulos se prosigue al estudio de los tres conceptos definidos en el capítulo introductorio, para comprender el comportamiento en la mar.

Así pues, en el presente capítulo se realizará el estudio correspondiente al entorno marino en el que se encuentra ubicada la plataforma Heidelberg. Para lograrlo, habrá que determinar las condiciones meteorológicas de oleaje y viento. Dicha información se obtendrá a partir del registro de una boya ubicada cerca de la plataforma, de la cual se deberá recoger sus datos día a día durante todo el mes de Marzo de 2016. A partir de esta información, se definirán los distintos casos de estudio del comportamiento en la mar de la plataforma offshore, cogiendo una selectiva variedad de condiciones meteorológicas y oceanográficas.

Para el posterior análisis de la plataforma Heidelberg, se supondrá que no inciden corrientes marinas. Por lo que no se hablará de ellas en el presente capítulo.

### 4.1 – Lugar de instalación

La plataforma Heidelberg se encuentra en el golfo de México, a 140 millas al sur de Port Fourchon, Louisiana y a 390 millas al este de Corpus Christi, Texas [11].

Las aguas del golfo de México o aguas del Caribe, son claras y presentan una menor salinidad que las del Atlántico. El agua fluye hacia el Caribe principalmente a través de los estrechos de las Antillas Menores, donde se calienta y abandona la región por el canal de Yucatán en dirección al golfo. Estas aguas originan las fuentes de las corrientes del golfo.

Además, este mar se encuentra en la zona de los vientos alisios del norte y, por tanto, se caracteriza por la presencia de vientos de componente este. Las precipitaciones tienen lugar a lo largo del cálido verano tropical, y además en esta época también se produce la llegada de la mayoría de huracanes procedentes del Atlántico, mientras que son escasos los ciclones tropicales que se forman localmente.



Figura 17. Lugar de instalación – Fuente: [11]

Viendo su ubicación desde otra perspectiva, la plataforma Heidelberg se encuentra encima de dos cuencas sedimentarias:

- La primera de ellas corresponde a la época del Mioceno, hace aproximadamente 23 millones de años. En esta, la erosión favorecida por la orogénesis (periodo en el que la corteza terrestre se acorta y pliega) originó sedimentos y depósitos de petróleo en cuencas marinas de poca profundidad.
- La segunda corresponde al Paleógeno, entre 33 y 65 millones de años atrás, en la que se originaron sedimentos y depósitos de petróleo en cuencas marinas de mayor profundidad.

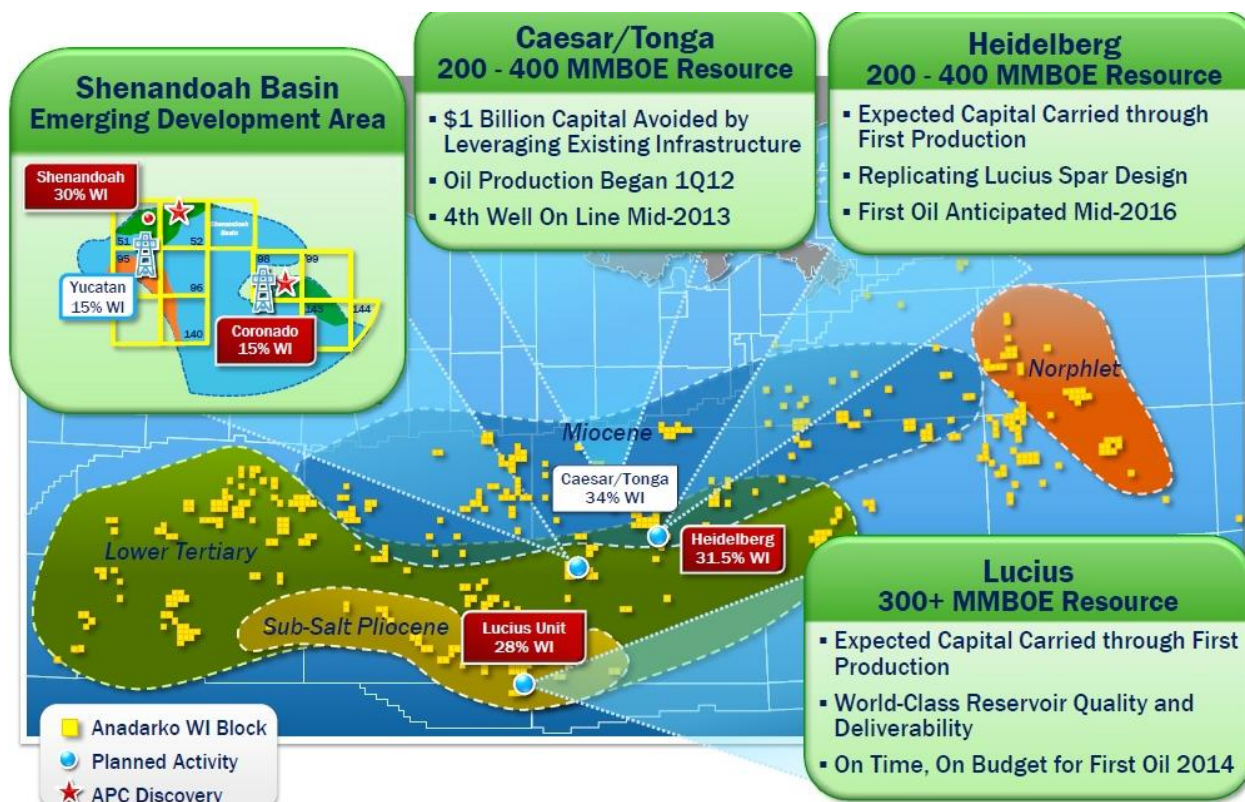


Figura 18. Cuencas sedimentarias bajo la plataforma Heidelberg – Fuente: [11]

De estos sedimentos y como se puede observar en la Figura 18, se estima que la plataforma Heidelberg pueda extraer de 200 a 400 millones de barriles de aceite (MMBOE o “million barrels of oil equivalent”), mientras que la plataforma Lucius se estima que extraiga de 300 a más MMBOE.

#### 4.1.1 – Oleaje y viento en el Golfo de México

Para determinar las condiciones meteorológicas del entorno marino del Golfo de México, se han tomado datos de una boya marina ubicada en las cercanías de la plataforma. Dicha boya calcula aproximadamente las condiciones meteorológicas que habrá durante el transcurso de todo un día, proporcionando datos como la velocidad del viento, temperatura, presión atmosférica, altura de las olas y el período de las olas, en intervalos de 6 horas.

Debido a que no se puede predecir con fiabilidad dichas condiciones meteorológicas con periodos superiores al mes y el presente proyecto se ha realizado durante la estación de invierno-primavera, se ha decidido que la toma de datos de la boya marina se realice durante el mes de Marzo de 2016.

Por ejemplo, la información proporcionada por la boya durante el jueves 03 de Marzo es:

| <b>Jueves (Marzo 03)</b>   | <i>02 h</i> | <i>08 h</i> | <i>14 h</i> | <i>20 h</i> |
|----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Velocidad del viento (kts) | 12          | 13          | 11          | 3           |
| Ráfagas (kts)              | 16          | 17          | 17          | 3           |
| Temperatura (°C)           | 22          | 22          | 22          | 22          |
| Presión atm. (hPa)         | 1016        | 1016        | 1015        | 1017        |
| Altura de las olas (m)     | 0.8         | 0.9         | 0.9         | 0.7         |
| Intervalo de las olas (s)  | 4           | 5           | 5           | 5           |

Tabla 7. Viento y oleaje, Jueves (Marzo 03) – Fuente: [14]

Tomado los valores medios diarios y reagrupando toda la información registrada por la boya durante el mes de Marzo de 2016 en otra tabla:

| <b>Marzo</b> | <i>Viento (kts)</i> | <i>Ráfagas (kts)</i> | <i>Altura olas (m)</i> | <i>Periodo olas (s)</i> |
|--------------|---------------------|----------------------|------------------------|-------------------------|
| Jueves 03    | 9.75                | 13.25                | 0.825                  | 15                      |
| Sábado 05    | 11                  | 11.25                | 0.875                  | 5                       |
| Lunes 07     | 20.25               | 25.75                | 1.725                  | 6                       |
| Miércoles 09 | 26.75               | 41.5                 | 3.7                    | 9.25                    |
| Viernes 11   | 8                   | 8.25                 | 1.775                  | 8.25                    |
| Domingo 13   | 10.75               | 13.75                | 1.15                   | 7.5                     |
| Martes 15    | 11.75               | 16.25                | 0.775                  | 5                       |
| Jueves 17    | 11                  | 15                   | 1.2                    | 6                       |
| Sábado 19    | 13                  | 14.25                | 1.175                  | 6                       |
| Lunes 21     | 12.75               | 13                   | 1.75                   | 7                       |
| Miércoles 23 | 18                  | 22                   | 1.4                    | 5.5                     |
| Viernes 25   | 14.25               | 16                   | 1.625                  | 6.25                    |
| Domingo 27   | 7.75                | 9.75                 | 1.25                   | 7                       |
| Martes 29    | 11.25               | 15                   | 1.25                   | 6                       |

Tabla 8. Valores medios de oleaje y viento durante el mes de Marzo – Fuente: [14]

Cabe destacar que en función de la velocidad del viento, en la región del Golfo de México se pueden identificar distintos temporales, cada uno de ellos de mayor magnitud. Así pues, cuando se habla de depresión tropical la velocidad del viento alcanza valores entre 15 y 30 kts (28 a 56 Km/h), cuando se habla de tormenta tropical alcanza valores entre 30 y 60 kts (65 a 111 Km/h) y a partir de valores superiores a 60 kts (o 111 Km/h) se conoce como huracán. Hay cinco categorías de huracanes en función de la velocidad del viento, llegando a la categoría 5 cuando se superan los 250 Km/h.

#### 4.1.2 – Definición de los casos de estudio

Conocidas las previsiones meteorológicas y oceanográficas del Golfo de México durante el mes de Marzo de 2016, se definen a continuación los diferentes casos de estudio del comportamiento en la mar de la plataforma Heidelberg.

Hay que tener en cuenta que la mitad de la altura de la ola equivale a la amplitud de la ola o altura significativa de la ola. Mientras que el período de olas se refiere al período medio, pudiendo haber periodos más cortos o más largos.

Así pues, los casos de estudio en función del viento y el oleaje que se analizarán en los próximos capítulos son:

- Viento y oleaje suaves, caso 1.

| <b>Marzo</b> | <i>Viento (kts)</i> | <i>Ráfagas (kts)</i> | <i>Altura olas (m)</i> | <i>Periodo olas (s)</i> |
|--------------|---------------------|----------------------|------------------------|-------------------------|
| Viernes 11   | 8                   | 8.25                 | 1.775                  | 8.25                    |

- Viento y oleaje suaves, caso 2.

| <b>Marzo</b> | <i>Viento (kts)</i> | <i>Ráfagas (kts)</i> | <i>Altura olas (m)</i> | <i>Periodo olas (s)</i> |
|--------------|---------------------|----------------------|------------------------|-------------------------|
| Jueves 03    | 9.75                | 13.25                | 0.825                  | 15                      |

- Depresión tropical, caso 3.

| <b>Marzo</b> | <i>Viento (kts)</i> | <i>Ráfagas (kts)</i> | <i>Altura olas (m)</i> | <i>Periodo olas (s)</i> |
|--------------|---------------------|----------------------|------------------------|-------------------------|
| Miércoles 09 | 26.75               | 41.5                 | 3.7                    | 9.25                    |

- Condición extrema, caso 4.

|   | <i>Viento (kts)</i> | <i>Ráfagas (kts)</i> | <i>Altura olas (m)</i> | <i>Periodo olas (s)</i> |
|---|---------------------|----------------------|------------------------|-------------------------|
| - | 58.3                | 65.5                 | 13.2                   | 16.45                   |



### 4.1.3 – Espectro de olas de Pierson-Moskowitz

Definidos los cuatro casos de estudio a los que se someterá la plataforma, es necesario establecer a continuación el espectro de olas del mar que se generará con Tdyn-SeaFEM. Para ello, pese a la variedad de espectros se ha decidido realizar el análisis del comportamiento en la mar de la plataforma Heidelberg utilizando el espectro de olas de Pierson-Moskowitz, el cual se define a continuación [17].

Pierson y Moskowitz asumieron que si el viento soplaba constante durante un largo periodo de tiempo en una gran superficie, las olas entraban en equilibrio con el viento. Por lo tanto, su espectro de olas es una relación empírica que define la distribución de la energía (densidad espectral) de una señal sobre las distintas frecuencias de las que está formada.

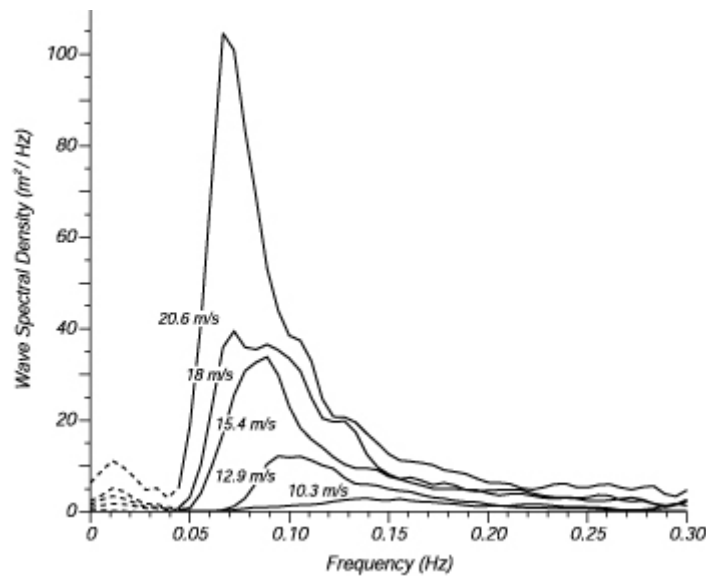


Figura 19. Espectro de olas de Pierson-Moskowitz – Fuente: [17]

Así pues, la ecuación que hallaron mediante la cual se logra representar su espectro de olas es:

$$S(T) = H_s^2 \cdot T_m \cdot \frac{0'11}{2\pi} \cdot \left(\frac{T_m}{T}\right)^{-5} \cdot \exp\left[-0'44 \cdot \left(\frac{T_m}{T}\right)^{-4}\right]$$

Donde **T** es el periodo de ola, **H<sub>s</sub>** es la altura significativa de la ola y **T<sub>m</sub>** es el periodo medio, el cual se obtiene aplicando  $T_m = 2\pi m_0 / m_1$  cuando  $m_0$  y  $m_1$  son los momentos cero y uno del espectro de olas.

Los valores que se han utilizado en la discretización del espectro se definen en el [Anexo 1](#).

## Capítulo 5. Misión y criterios límite

Tanto la misión como los criterios límites de la plataforma Heidelberg son aspectos importantes para el análisis del comportamiento en la mar. Dicha importancia se debe a la actual necesidad de garantizar tanto la supervivencia como el confort del personal destinado a la plataforma.

Así pues, la misión es el papel que ha de desempeñar la plataforma mientras está en la mar y su cumplimiento o no viene dado por los criterios límite de movimiento. Estos criterios están basados en los movimientos de la plataforma e incluyen:

- Criterios de confort tales como ruidos, vibraciones y mareos.
- Criterios de supervivencia.
- Criterios de productividad.

Por consiguiente, en este capítulo se identificará la misión y los criterios límite de la plataforma Heidelberg, realizando una breve explicación de cómo logra cumplir con sus objetivos.

### 5.1 – Misión

El objetivo o misión principal de la plataforma Heidelberg, consiste fundamentalmente en la extracción y exportación de los recursos naturales como el petróleo y el gas que se hallan en el lecho marino a grandes profundidades.

Se conoce que en la zona de trabajo de la plataforma hay actualmente seis pozos productivos. En estos, la exportación del petróleo y gas producidos se realiza a través de dos líneas de exportación, las cuales miden 20 y 16 pulgadas de ancho respectivamente.



Figura 20. Exportación de petróleo y gas – Fuente: [11]

El recorrido de las líneas de exportación, es el que se muestra a continuación (Figura 21), donde la línea verde corresponde a la exportación de petróleo y la roja corresponde a la exportación de gas. En la siguiente imagen, se puede apreciar que la línea de exportación de petróleo recorre unas 35 millas pasando por los cuadrantes 332 de Ship Shoal, 72 de Garden Banks y High Island, hasta llegar a Port



Arthur. Y por otra parte, se aprecia que la línea de exportación de gas recorre unas 9 millas pasando por el cuadrante 283 de South Timbalier, hasta Port Fourchon.



Figura 21. Ruta de la exportación de petróleo y gas – Fuente: [11]

Otro objetivo o función de la plataforma, el cual se podría considerar secundario, consiste en la perforación del terreno con la finalidad de hallar pozos productivos. Por lo que esta plataforma dispone de dos centros de perforación.

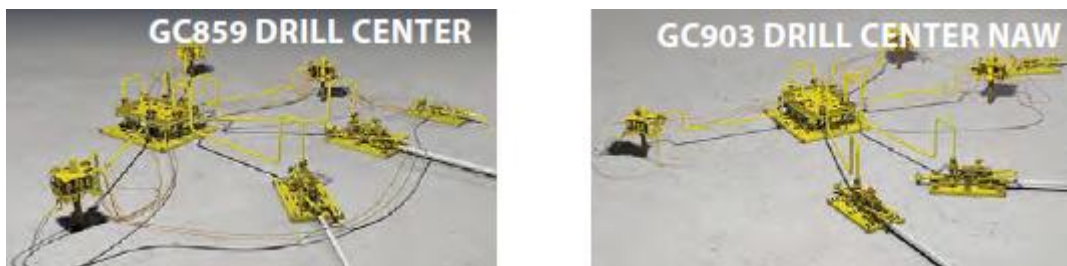


Figura 22. Centros de perforación – Fuente: [11]

Resumiendo, básicamente se identifican tres objetivos principales. El primero de ellos consiste en la extracción de recursos naturales como el petróleo y el gas del lecho marino, el segundo objetivo consiste exportación a puerto de dichos recursos naturales y el tercero se trata de la perforación en busca de pozos productivos. Estos objetivos se pueden englobar de modo que el objetivo principal de la plataforma Heidelberg consiste en la producción de petróleo y gas.

## **5.2 – Criterios límite**

A partir de los tres objetivos o misiones principales de la plataforma Heidelberg, se pueden identificar como criterios de evaluación, el confort, la productividad y la supervivencia.

En cuanto al confort, hay que tener en cuenta factores como:

- El ruido: Es un factor muy molesto para el personal que trabaja en la plataforma. Este, puede llegar a provocar defectos en los oídos como la sordera parcial o total en los casos más extremos. La mayor fuente de ruido proviene de la maquinaria, por lo que resulta importante aislarla lo máximo posible o equipar al personal de trabajo con protecciones auditivas. Aunque este también puede aparecer por otras causas, como serían las vibraciones.
- Los mareos: Son un factor muy importante ya que la plataforma se encuentra en el medio del mar. En estos influye el sistema de anclaje de la plataforma, ya que es una parte fundamental para minimizar los movimientos de la plataforma, garantizar una mayor estabilidad y garantizar un mejor confort al personal destinado.

En cuanto a la productividad:

- El índice de operatividad: Es un factor importantísimo, ya que logrando un índice de operatividad elevado, se consigue mantener el máximo beneficio para la empresa. Para ello, es importante realizar tareas de mantenimiento con el fin de analizar el estado de la estructura de la plataforma y de los equipos que trabajan en ella. Además de llevar toda la información del estado de los pozos y del mantenimiento de los equipos documentada, para hacer el correcto seguimiento.

En cuanto a la supervivencia:

- El factor más importante en este caso, se trata de la capacidad de la plataforma offshore para aguantar las condiciones marinas más desfavorables, garantizando una larga vida útil de operatividad, así como la seguridad del personal abordo.

## Capítulo 6. Modelo matemático de Tdyn - SeaFEM

Antes de centrarse en el análisis de las respuestas en movimientos y del sistema de amarre de la plataforma Heidelberg, es indispensable describir el modelo matemático que emplea el programa Tdyn-SeaFEM para calcular dichas respuestas. Por consiguiente, en el presente capítulo se prosigue a su descripción teórica con las respectivas suposiciones que hay que realizar, para poder solucionar el problema del análisis del comportamiento en la mar con un cierto grado de incertidumbre. Dicha descripción sigue un orden progresivo desde los conceptos más básicos hasta los más complejos, y no deja de ser un resumen o simplificación de ellos [2][6][16].

Por otro lado, en este capítulo también se definirán los cuatro casos de estudio previamente establecidos, con la finalidad de poder analizar las diferencias entre ellos antes de saltar al próximo capítulo y analizar sus respuestas.

Cabe mencionar que todos los conceptos teóricos que han ido apareciendo a lo largo del proyecto, así como los que se detallarán a continuación se han recopilado en el [Anexo 2](#).

### 6.1 – Entorno marino, asunciones básicas

#### 6.1.1 – Potencial de velocidad

El potencial de velocidad se puede utilizar para describir el vector de velocidad del fluido  $\mathbf{V}(x, y, z, t) = (u, v, w)$  en un tiempo  $t$  y en un punto  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  con un sistema de coordenadas cartesiano fijado en el espacio.

$$\mathbf{V} = \nabla\phi = \mathbf{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}$$

Donde  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  y  $\mathbf{k}$  son vectores unitarios a lo largo de los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente. Dicho potencial de velocidad se utiliza para el análisis de fluidos irrotacionales, por lo que se debe cumplir que el vector de vorticidad sea cero en cualquier parte del fluido.

$$\mathbf{w} = \nabla \times \mathbf{V}$$

Además, debido a la incompresibilidad del agua, el potencial de velocidad debe satisfacer la ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 z} = 0$$

Así pues, el problema matemático de hallar el potencial de velocidad del movimiento de un fluido irrotacional e incompresible consiste en la solución de la ecuación de Laplace con unas condiciones de contorno relevantes.

### 6.1.2 – Ecuación de Bernoulli

La presión viene de la ecuación de Bernoulli. Si asumimos que el eje z es vertical y positivo hacia arriba, se puede escribir:

$$p + \rho g z + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2} \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} = C$$

Donde **C** es una función arbitraria en el tiempo. Esta ecuación es cierta para un fluido inestable, irrotacional y no viscoso. Además también se asume que la única fuerza externa es la gravedad y que el nivel de la superficie libre corresponde a  $z = 0$ .

### 6.1.3 – Condición de contorno cinemática

Para un cuerpo fijo en un fluido en movimiento se tiene que la condición de contorno del cuerpo es:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \text{ en la superficie del cuerpo}$$

Esta ecuación expresa impermeabilidad. Además, si el cuerpo se está moviendo a una velocidad **U**, esta ecuación:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \text{ en la superficie del cuerpo}$$

Donde **U** puede ser cualquier tipo de velocidad del cuerpo. Para un cuerpo rígido se incluyen efectos de traslación y rotatorios, lo cual significa que **U** puede ser diferente para diferentes puntos en la superficie del cuerpo.

Antes de formular la condición de superficie libre cinemática, cabe recordar el significado de la derivada sustancial  $DF/Dt$  de una función  $F(x, y, z, t)$ . Esto expresa el porcentaje de cambio en el tiempo de la función  $F$  si se sigue una partícula en el espacio.

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla F$$

Donde **V** es la velocidad del fluido en el punto  $(x, y, z)$  en el tiempo  $t$ .

Por ejemplo, si definimos la superficie libre como:

$$z = \zeta(x, y, t)$$

Donde **ζ** es la elevación de la ola. Se puede definir la función:

$$F(x, y, z, t) = z - \zeta(x, y, t) = 0$$

Una partícula del fluido en la superficie libre se asume que permanece en la superficie libre, lo cual significa que siempre satisface la ecuación anterior y que  $DF/Dt = 0$ . Por lo que la siguiente condición de contorno se aplica en la superficie libre:

$$\frac{\partial}{\partial t}(z - \zeta(x, y, t)) + \nabla_{\phi} \cdot \nabla(z - \zeta(x, y, t)) = 0$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = \zeta(x, y, t)$$

#### 6.1.4 – Condición de superficie libre dinámica

Dicha condición simplemente se refiere a que la presión del agua es equivalente a la presión atmosférica en la superficie libre. Si la constante C en la ecuación de Bernoulli es  $p_o/\rho$ , y se mantiene sin movimiento de fluido:

$$g\zeta + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = 0$$

Esta condición de superficie libre no es lineal. Sin embargo, linealizando dicha condición se puede simplificar el problema, y pese a ello se sigue obteniendo suficiente información. En el caso de las plataformas offshore, en el estudio de las interacciones entre las olas lineales y los movimientos lineales inducidos por olas, la condición de superficie libre dependerá de la presencia de corriente. Puesto que en este caso no hay corriente, se asumirá que esta es nula.

La teoría lineal dice que el potencial de velocidad es proporcional a la amplitud de la ola (valido si la amplitud es pequeña en relación con la longitud de ola y las dimensiones del cuerpo). Así pues, manteniendo los términos lineales, se encuentra de las ecuaciones anteriores:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{en } z = 0 \quad (\text{Condición cinemática})$$

$$g\zeta + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad \text{en } z = 0 \quad (\text{Condición dinámica})$$

Y combinando estas ecuaciones:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = 0$$

Cuando el potencial de velocidad está oscilando armónicamente en el tiempo con una frecuencia circular  $w$ , se puede escribir la ecuación como:

$$-w^2 \phi + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = 0$$

#### 6.1.5 – Teoría de la ola, aguas profundas

Asumiendo un lecho marino horizontal y una superficie libre de una extensión horizontal infinita, se puede derivar la teoría de la ola lineal (teoría de Airy) para olas en propagación. Así pues, la condición de superficie libre se utiliza junto a la ecuación de Laplace y la condición del lecho marino:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ en } z = -h$$

Donde  $h$  es la profundidad. Asumiendo que el potencial de velocidad se puede representar como un producto de funciones donde cada una depende de una variable independiente (es decir, se utiliza el método de la separación de variables para solucionar la ecuación de Laplace). La siguiente solución satisface la ecuación de Laplace:

$$\phi = e^{kz}(A \cdot \cos kx + B \cdot \sin kx) \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

Donde **A**, **B** y  **$\alpha$**  son constantes arbitrarias. Además existen otras soluciones proporcionales a  $e^{-kz}$ ,  $\cos kz$  y  $\sin kz$ . Sin embargo, se pueden despreciar mientras no haya ninguna perturbación del fluido cuando  $z = -\infty$ .



Figura 23. Características de la ola – Fuente: [6]

Así pues, de la teoría de la ola regular junto con las condiciones de contorno y otras suposiciones (agua del mar incompresible, no viscosa,...), se obtienen varias ecuaciones tanto para aguas poco profundas como aguas profundas. En este caso únicamente se muestran las correspondientes a aguas profundas.

#### Aguas profundas

|  |   |
|--|---|
| Potencial de velocidad                   | $\phi = \frac{g\zeta_a}{\omega} e^{kz} \cdot \cos(\omega t - kx)$ |
| Relación de dispersión                   | $\frac{\omega^2}{g} = k$  |
| Relación entre longitud de ola y periodo | $\lambda = \frac{gT^2}{2\pi}$                                     |
| Perfil de ola                            | $\zeta = \zeta_a \cdot \sin(\omega t - kx)$                       |
| Presión dinámica                         | $p_D = \rho g \zeta_a e^{kz} \cdot \sin(\omega t - kx)$           |
| Componente-x de velocidad                | $u = \omega \zeta_a e^{kz} \cdot \sin(\omega t - kx)$             |
| Componente-z de velocidad                | $w = \omega \zeta_a e^{kz} \cdot \cos(\omega t - kx)$             |
| Componente-x de aceleración              | $a_1 = \omega^2 \zeta_a e^{kz} \cdot \cos(\omega t - kx)$         |
| Componente-z de aceleración              | $a_3 = -\omega^2 \zeta_a e^{kz} \cdot \sin(\omega t - kx)$        |

Tabla 9. Ecuaciones para la propagación de olas regulares sinusoidales en aguas profundas.

Donde  $T$  es el periodo de ola,  $\lambda$  es la longitud de ola y  $\zeta_a$  es la amplitud de ola. Además:

- La presión total en el fluido:  $p_T = p_D - \rho g z + p_o$
- $w = 2\pi/T$
- $k = 2\pi/\lambda$

### 6.1.6 – Descripción estadística de las olas

En la práctica, la teoría lineal se utiliza para simular un mar irregular y obtener estimaciones estadísticas de las olas. Así pues, se conoce que la elevación de la ola de un largo mar irregular propagándose a través del eje  $x$  se puede escribir como una suma de sus componentes de ola:

$$\zeta = \sum_{j=1}^N A_j \sin(w_j t - k_j x + \epsilon_j)$$

Donde  $A_j$ ,  $w_j$ ,  $k_j$  y  $\epsilon_j$  son respectivamente la amplitud de la ola, frecuencia circular, número de ola y el ángulo de fase de un componente de ola, el cual está distribuido uniformemente entre 0 y  $2\pi$  y es constante en el tiempo.

La amplitud de la ola  $A_j$  se puede expresar por un espectro de olas  $S(w)$ :

$$\frac{1}{2} A_j^2 = S(w) \cdot \Delta w$$

Donde  $\Delta w$  es una diferencia constante entre frecuencias sucesivas. El espectro de olas se puede estimar a través de la medición de las olas asumiendo que se puede describir el mar como un proceso estacionario aleatorio, lo cual significa en la práctica que el mar se puede mantener en estado estacionario en un periodo de tiempo comprendido entre media y diez horas.

A partir de aquí, se recomienda calcular el espectro de olas según el criterio establecido por varias asociaciones. Por ejemplo, la ITTC (International Towing Tank Conference) recomienda utilizar la formulación espectral de ISSC (International Ship and Offshore Structures Congress) para un mar completamente desarrollado:

$$\frac{S(w)}{H_{1/2}^2 \cdot T_1} = \frac{0'11}{2\pi} \cdot \left(\frac{w \cdot T_1}{2\pi}\right)^{-5} \cdot \exp\left[-0'44 \cdot \left(\frac{w \cdot T_1}{2\pi}\right)^{-4}\right]$$

Donde  $H_{1/2}$  es la altura significativa de la ola y  $T_1$  es el periodo de ola medio definido como:

$$T_1 = 2\pi \cdot m_0/m_1$$

Este espectro de olas es el espectro **Pierson-Moskowitz**, definido anteriormente en el [capítulo 4](#).



## 6.2 – Descripción de los casos de estudio

Antes de saltar al capítulo 7 y empezar con el análisis de las respuestas obtenidas, resulta imprescindible describir los casos de estudio analizados. Por ello, a continuación se presenta una tabla con las características principales, donde se observa claramente que las únicas características distintas entre los casos de estudio corresponden a la altura significativa de la ola, el período medio, mínimo y máximo de ola y a la velocidad del viento:

|  | Caso 1    | Caso 2    | Caso 3    | Caso 4    |
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Velocidad del viento (kts)                 | 8         | 9'75      | 26'75     | 58'3      |
| Velocidad de la corriente (m/s)            | -         | -         | -         | -         |
| Espectro de oleaje                         | P-M       | P-M       | P-M       | P-M       |
| Altura significativa de ola (m)            | 0'8875    | 0'4125    | 1'85      | 6'6       |
| Período medio (s)                          | 8'25      | 15        | 9'25      | 16'45     |
| Período mínimo (s)                         | 3'75      | 6'82      | 4'2       | 7'48      |
| Período máximo (s)                         | 18'15     | 33        | 20'35     | 36'19     |
| Dirección del oleaje (º)                   | 0         | 0         | 0         | 0         |
| Dirección del viento (º)                   | 0         | 0         | 0         | 0         |
| Dirección de las corrientes (º)            | -         | -         | -         | -         |
| Número de períodos de ola                  | 25        | 25        | 25        | 25        |
| Ángulo de propagación (º)                  | 60        | 60        | 60        | 60        |
| Número de direcciones de propagación       | 4         | 4         | 4         | 4         |
| Tipo de fondeo                             | Catenaria | Catenaria | Catenaria | Catenaria |
| Número de líneas                           | 9         | 9         | 9         | 9         |
| Área sección transversal (m <sup>2</sup> ) | 0'0506    | 0'0506    | 0'0506    | 0'0506    |
| Peso (N/m)                                 | 472'84    | 472'84    | 472'84    | 472'84    |
| Longitud de línea (m)                      | 2.670     | 2.670     | 2.670     | 2.670     |

Tabla 10. Características y descripción de los casos analizados.

La abreviación P-M corresponde al espectro de olas de Pierson-Moskowitz. Mientras que el ángulo de propagación corresponde al ángulo dentro del cual se propagarán las olas, tomando como centro de propagación la dirección del oleaje. Es decir, si la dirección del oleaje es de 0º, con un ángulo de propagación de 60º, las olas se propagarán dentro de un rango de -30º y 30º.



## Capítulo 7. Análisis de las respuestas

Mediante el uso de la herramienta de cálculo numérico Tdyn – SeaFEM, se han encontrado varias respuestas en el análisis del comportamiento en la mar de la plataforma Heidelberg. Las que más destacan son las respuestas en movimientos y las respuestas del sistema de amarre, cuyos resultados se analizarán en el presente capítulo. Estas, se han obtenido para los cuatro casos de estudio previamente establecidos en el [capítulo 4](#), donde su criterio de selección está relacionado con el entorno marino de la plataforma. Sin embargo, en este capítulo el análisis se centrará en el primer y cuarto caso de estudio, ya que el segundo caso se asemeja al cuarto y el tercero al primero. Además, cabe mencionar que el tiempo de simulación será de 30 minutos, ya que es el mínimo permitido por normativa.

Todos los resultados obtenidos en el análisis se han recopilado en el [Anexo 3](#).

### 7.1 – Mar generado y olas difractadas/radiadas

Antes de centrarse en los resultados más relevantes, es importante analizar el mar generado y las olas difractadas y radiadas por la plataforma, para confirmar que se han establecido correctamente las condiciones oceanográficas y meteorológicas del entorno marino.

#### 7.1.1 – Caso 1 ( $H_s = 0'8875$ m; $T_m = 8'25$ s)

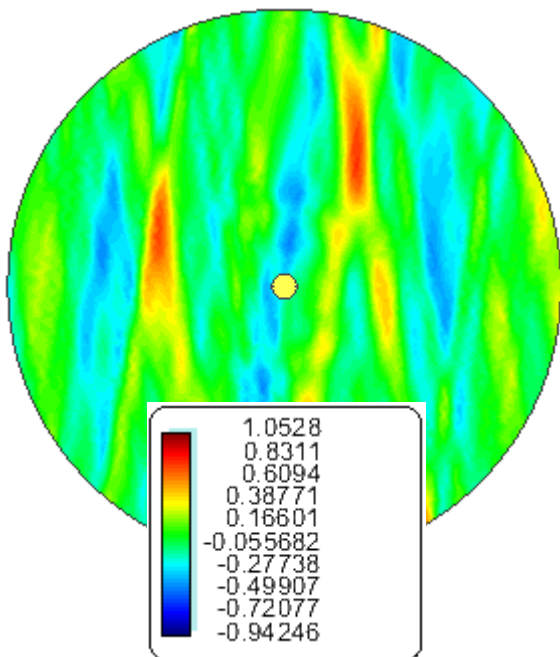


Figura 25. Elevación de las olas en metros ( $T = 8:10$ min).

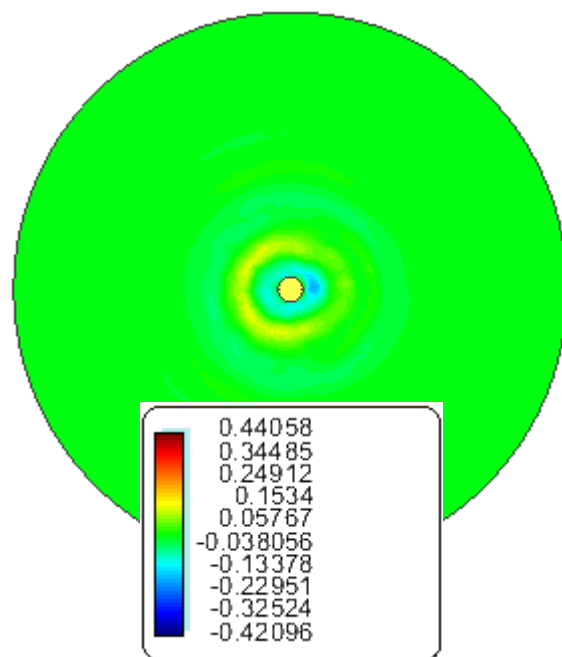


Figura 24. Difracción/radiación de las olas en metros ( $T = 5:10$  min).

Analizando la Figura 25 correspondiente al mar generado, se puede apreciar que la altura significativa de la ola “ $H_s$ ” se encuentra dentro del rango de amplitud ( $A = 0'8875$  m) establecido, excepto cuando se alcanza un pico de ola de  $1'05$  m. La formación de este pico se debe a la interacción entre las olas del mar y las olas generadas por la plataforma (superposición de olas), por lo que se puede decir que el pico de ola se ha formado dentro de la “playa” o zona establecida previamente para representación de las olas difractadas y radiadas por la plataforma (Figura 24).

Estos resultados se pueden analizar con mayor precisión a través de la herramienta de cálculo numérico, ya que las respuestas generadas por el programa se pueden observar como una animación. Por lo tanto, las anteriores imágenes (Figura 24 y 25) se han capturado en un tiempo concreto del tiempo de simulación previamente establecido. Mientras que, las tablas adyacentes a las imágenes representan sus valores máximos y mínimos.

### 7.1.2 – Caso 4 ( $H_s = 6'6$ m; $T_m = 16'45$ s)

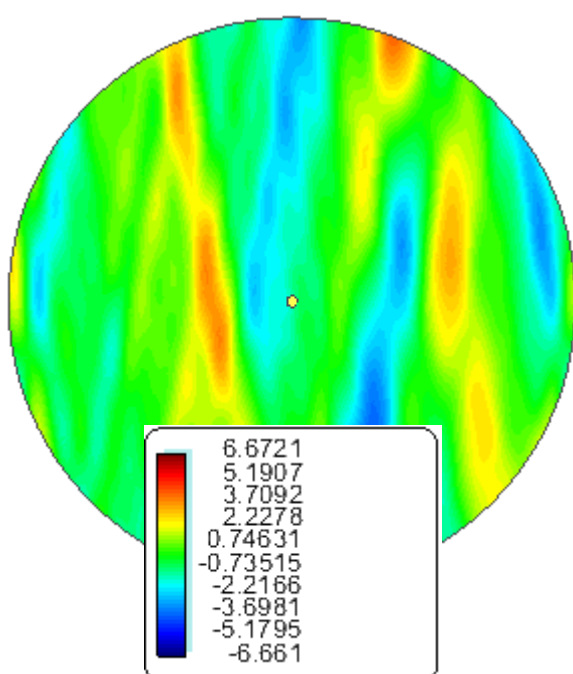


Figura 27. Elevación de las olas en metros ( $T = 9:48$ min).

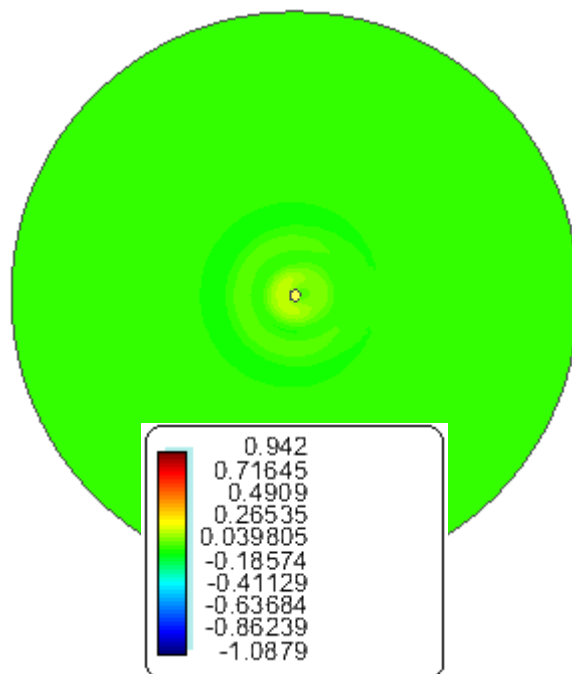


Figura 26. Difracción/radiación de las olas en metros ( $T = 9:48$  min).

Del mismo modo que anteriormente, en la Figura 27 se muestra la evolución de las olas del mar generado, donde se puede apreciar a diferencia del primer caso que el periodo medio entre ola y ola es mayor, y por consiguiente su longitud de ola también. Por ello, el radio de diseño establecido para las condiciones de contorno del mar se ha tenido que aumentar considerablemente (Anexo 1).

En este caso, el pico de ola presenta una amplitud de  $6'67$  m, la cual se asemeja mucho a la amplitud de la altura significativa de la ola de  $6'6$  m. Mientras que por otro lado, las olas difractadas y radiadas casi alcanzan una amplitud de 1 metro.

### 7.1.3 – Tabla de máximos y mínimos

En la siguiente tabla se han recopilado todos los datos correspondientes a la elevación de las olas y a la difracción y radiación de las olas debido a la acción de la plataforma, de modo que se pueda comparar con mayor facilidad las diferencias entre los casos de estudio.

|               |                 | Elevación de la ola (m) | Difracción/Radiación (m) |
|---------------|-----------------|-------------------------|--------------------------|
| <b>Caso 1</b> | Máx.            | 1'0528                  | 0'4405                   |
|               | Mín.            | -0'9424                 | -0'4209                  |
|               | <i>Promedio</i> | <i>0'0552</i>           | <i>0'0098</i>            |
| <b>Caso 2</b> | Máx.            | 0'3931                  | 0'0673                   |
|               | Mín.            | -0'3819                 | -0'079                   |
|               | <i>Promedio</i> | <i>0'0056</i>           | <i>-0'0058</i>           |
| <b>Caso 3</b> | Máx.            | 1'9061                  | 0'8117                   |
|               | Mín.            | -1'8311                 | -0'7996                  |
|               | <i>Promedio</i> | <i>0'0375</i>           | <i>0'006</i>             |
| <b>Caso 4</b> | Máx.            | 6'6721                  | 0'942                    |
|               | Mín.            | -6'661                  | -1'0879                  |
|               | <i>Promedio</i> | <i>0'0055</i>           | <i>0'0729</i>            |

Tabla 11. Elevación y disipación de las olas, máximos y mínimos.

Analizando la Tabla 11 se pueden observar los valores máximos y mínimos de elevación, difracción y radiación de olas, así como sus promedios. Donde estos últimos corresponden a la altura de la ola cuando se superponen dos olas desfasadas 180°. Así pues, se puede apreciar que las condiciones más críticas de la mar corresponden al cuarto caso de estudio, mientras que las más suaves corresponden al segundo.

## 7.2 – Presión dinámica y total

Otro aspecto importante es la presión dinámica y total aplicada sobre la plataforma, cuyos valores se representarán a continuación. Estos, pese a no haber diseñado la traca distribuida alrededor del cilindro principal o “Hard Tank”, no se verán afectados por el efecto VIV (vibración inducida por vórtices), ya que la herramienta de cálculo numérico no lo calcula.

### 7.2.1 – Caso 1 ( $H_s = 0'8875$ m; $T_m = 8'25$ s)

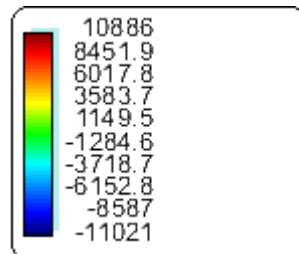
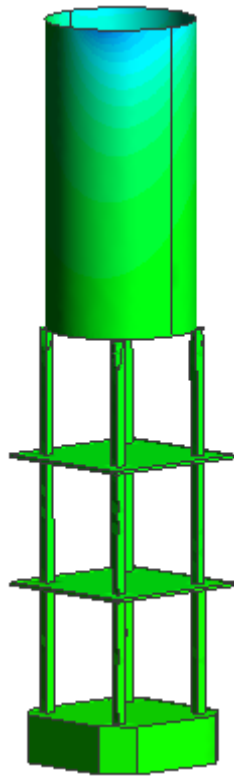


Figura 29. Presión dinámica en Pa ( $T = 16:28$  min).

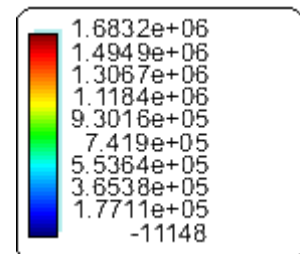
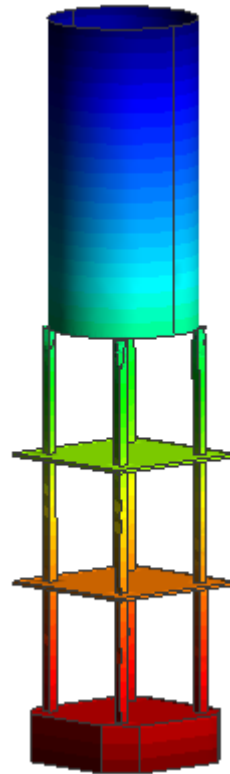


Figura 28. Presión total en Pa ( $T = 16:30$  min).

La presión dinámica que se muestra en la Figura 29, se produce por el incremento de presión estática debido a la inercia del movimiento del fluido al chocar sobre un área perpendicular. Así pues, se puede apreciar que el valor de la presión dinámica oscila entre -11.021 y 10.886 Pascales.

En la Figura 28 se muestra la presión total sufrida por la plataforma. En ella, se puede observar claramente el aumento de presión en función de la profundidad, siendo el tanque de quilla o “Soft Tank” la parte que debe resistir mayores presiones, cuyos valores alcanzan llegar a  $1'68 \cdot 10^6$  Pascales. Mientras que las partes más cercanas a la superficie libre alcanzan unos valores semejantes a la presión atmosférica ( $1'01 \cdot 10^5$  Pa).

### 7.2.2 – Caso 4 (Hs = 6'6 m; Tm = 16'45 s)

En este caso, a diferencia del anterior, se puede apreciar un claro aumento de la presión dinámica sufrida por la plataforma (Figura 31), llegando a unos valores cinco veces superiores comprendidos entre -50.278 y 58.051 Pascales. Este aumento de presión también afecta a la presión total de la plataforma (Figura 30), donde su valor máximo ha subido hasta  $1'8 \cdot 10^6$  Pa, respecto al caso anterior.

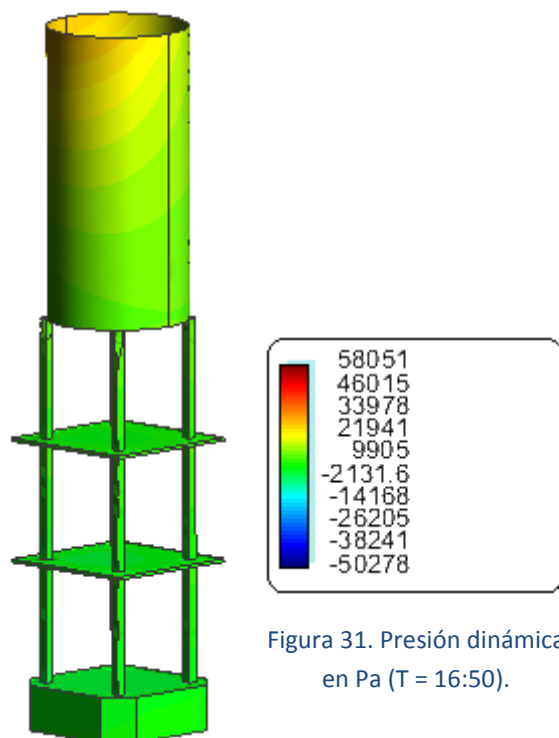


Figura 31. Presión dinámica en Pa (T = 16:50).

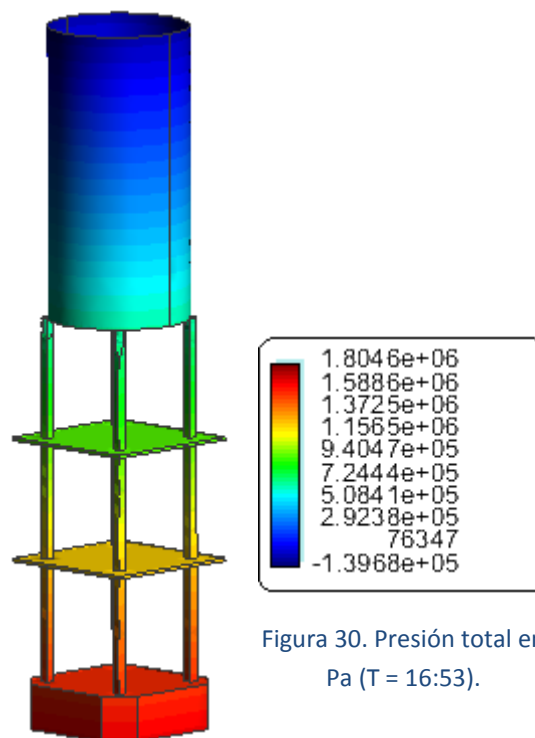


Figura 30. Presión total en Pa (T = 16:53).

### 7.2.3 – Tabla máximos y mínimos

Para analizar mejor las diferencias entre los casos de estudio se ha recopilado toda la información correspondiente a las presiones en una tabla. En ella, se puede apreciar nuevamente que la condición más extrema corresponde al cuarto caso, ya que la plataforma debe resistir mayores presiones.

|        |      | Presión dinámica (Pa) | Presión total (Pa)  |
|--------|------|-----------------------|---------------------|
| Caso 1 | Máx. | 10.886                | $1'6832 \cdot 10^6$ |
|        | Mín. | -11.021               | $\approx P_{atm}$   |
| Caso 2 | Máx. | 3.058                 | $1'6875 \cdot 10^6$ |
|        | Mín. | -2.883                | $\approx P_{atm}$   |
| Caso 3 | Máx. | 19.250                | $1'6836 \cdot 10^6$ |
|        | Mín. | -18.581               | $\approx P_{atm}$   |
| Caso 4 | Máx. | 58.051                | $1'8046 \cdot 10^6$ |
|        | Mín. | -50.278               | $\approx P_{atm}$   |

Tabla 12. Presión dinámica y total, máximos y mínimos.

### 7.3 – Respuestas en movimientos

Los resultados más importantes del análisis del comportamiento en la mar, son las respuestas en movimientos de la plataforma Heidelberg. Estas se han obtenido para sus seis grados de libertad, correspondientes a los movimientos de Arfada, Avance, Deriva, Balance, Cabeceo y Guiñada (Heave, Surge, Sway, Roll, Pitch & Yaw respectivamente). Donde el movimiento que adquiere más importancia cuando se trata con plataformas offshore, es el movimiento de arfada, ya que grandes movimientos en este grado de libertad pueden suponer problemas en cuanto se refiere a la producción y seguridad.

#### 7.3.1 – Arfada

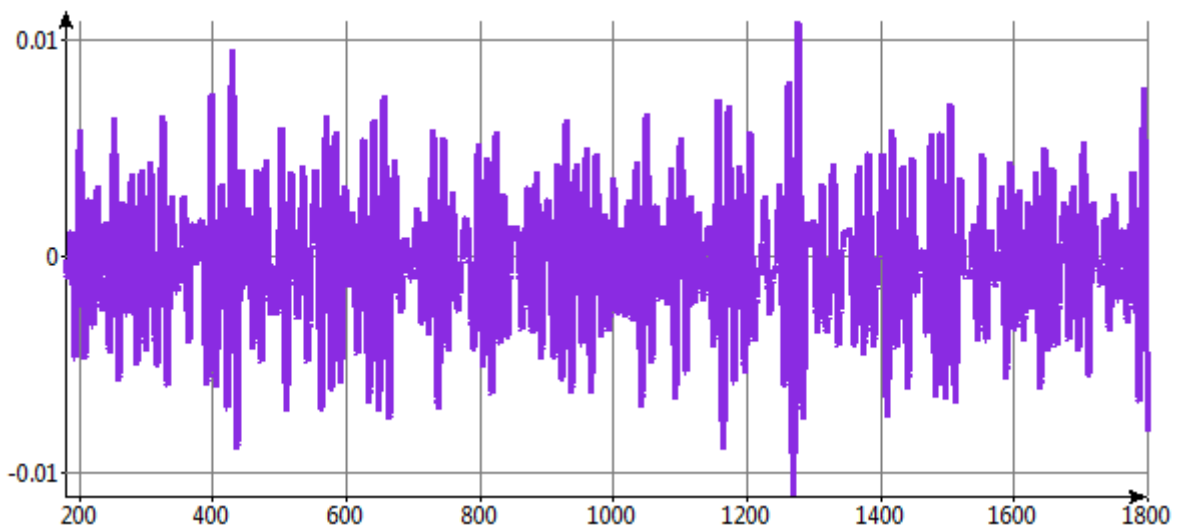


Figura 32. Movimiento de Arfada "Heave", Heidelberg (caso 1).

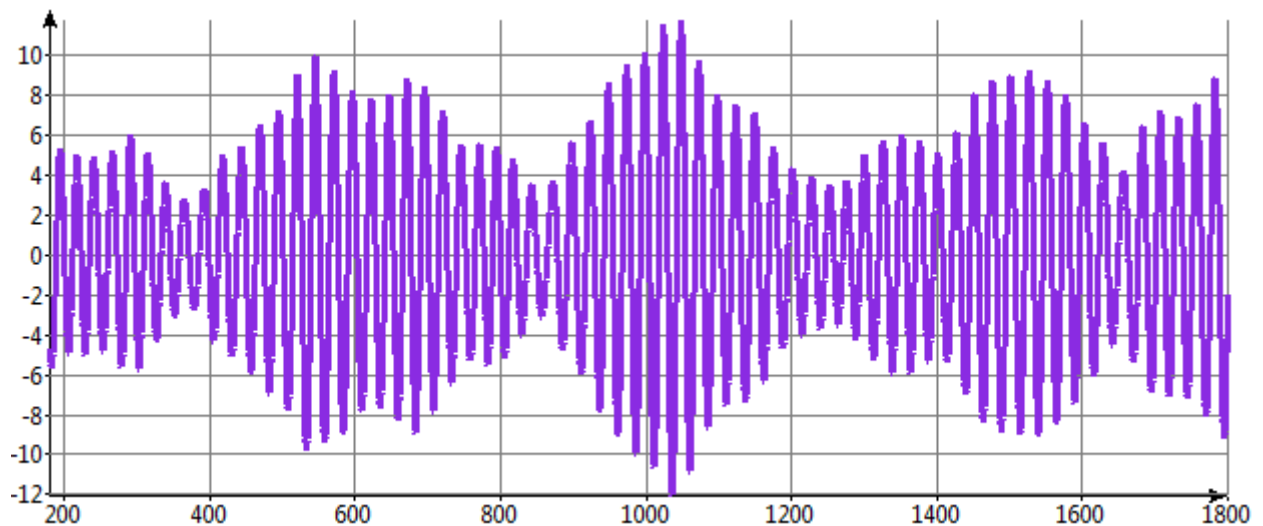


Figura 33. Movimiento de Arfada "Heave", Heidelberg (caso 4).

En la Figura 32 se muestra el movimiento de arfada correspondiente al primer caso de estudio, donde se puede observar que su rango de oscilación está comprendido entre -0'01 y 0'01 metros, mientras que su valor medio oscila entre -0'005 y 0'005 metros. Además, también se observa un máximo y un mínimo a los 1.280 segundos de simulación, el cual sobrepasa el valor de 0'01 metros. Pese a ello, los movimientos que se presentan son pequeños y por lo tanto, no suponen un riesgo. Por otro lado, en la Figura 33 se muestra el movimiento de arfada correspondiente al cuarto caso de estudio, donde se aprecia claramente una enorme diferencia respecto al caso anterior, ya que su rango de oscilación está comprendido entre -12 y 12 metros, siendo su valor medio de -6'6 a 6'6 metros. Por lo tanto, puede decirse que estas grandes amplitudes conllevarán a un aumento de los factores de seguridad en el diseño de los sistemas de fondeo y de la plataforma.

### 7.3.2 – Avance

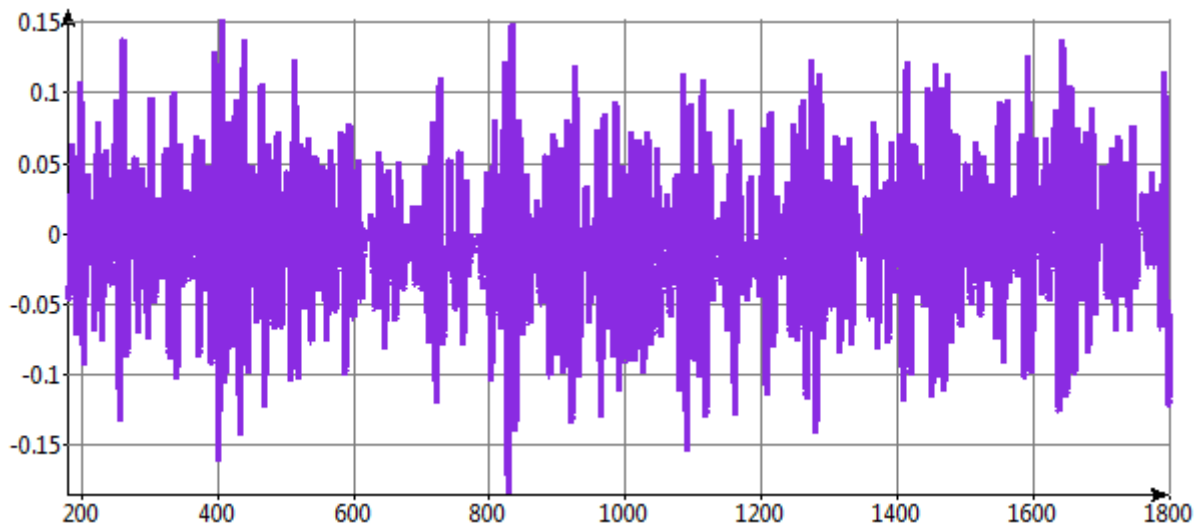


Figura 34. Movimiento de Avance "Surge", Heidelberg (caso 1).

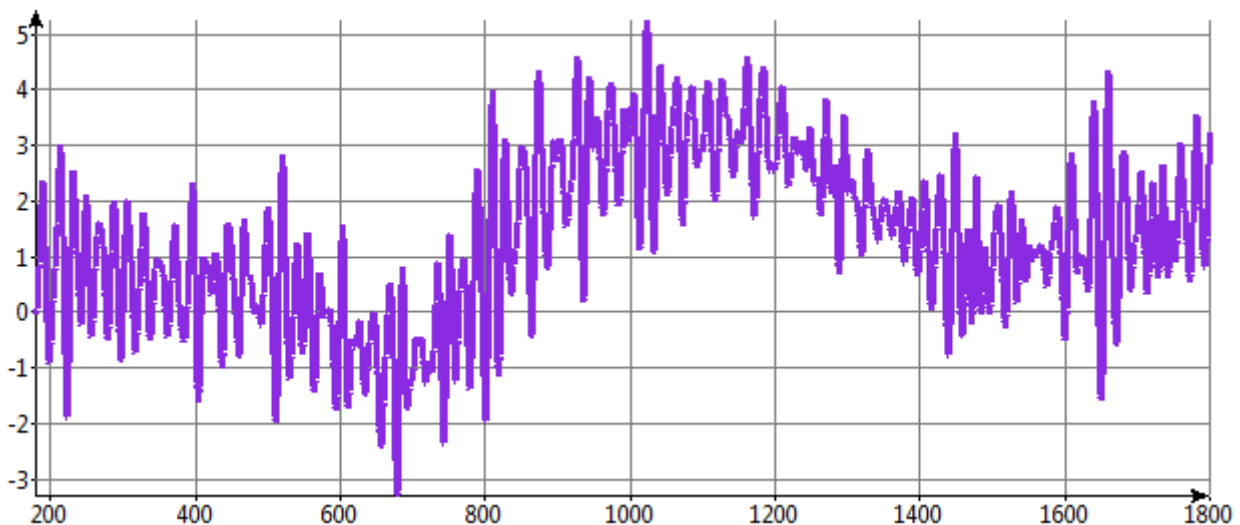


Figura 35. Movimiento de Avance "Surge", Heidelberg (caso 4).

En la Figura 34 se muestra el movimiento de avance correspondiente al primer caso de estudio, donde se puede observar que su rango de oscilación está comprendido entre -0'18 y 0'15 metros, con un valor medio de -0'09 a 0'07 metros. Por lo que dicho movimiento alcanza unos valores mayores que el movimiento de arfada, y por consiguiente este movimiento empieza a ser significativo. Por otro lado, en la Figura 35 correspondiente al cuarto caso de estudio, el desplazamiento de la plataforma empieza a ser importante y oscila irregularmente entre un rango de -3 a 5 metros.

### 7.3.3 – Deriva

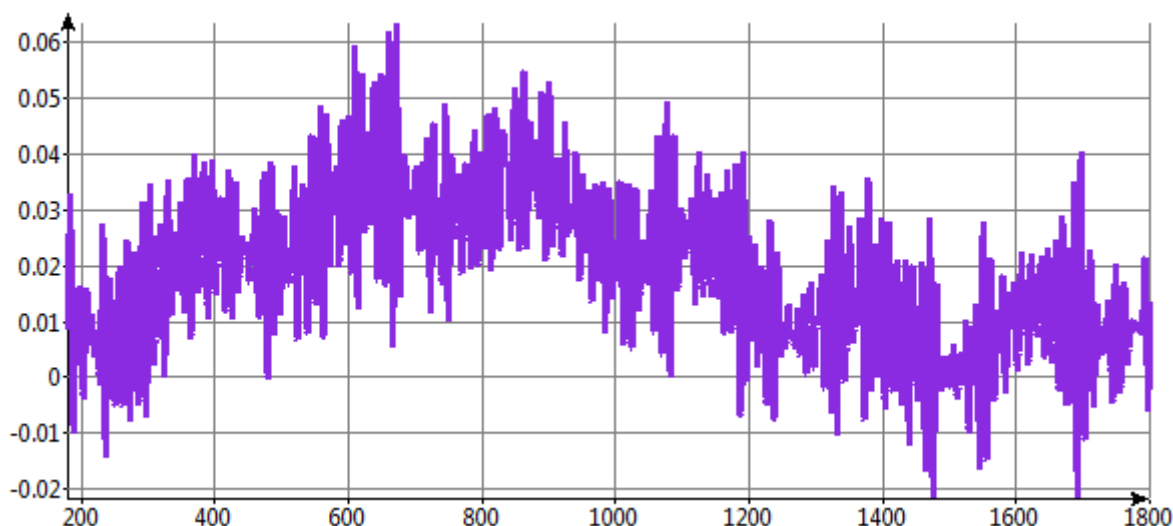


Figura 36. Movimiento de Deriva "Sway", Heidelberg (caso 1).

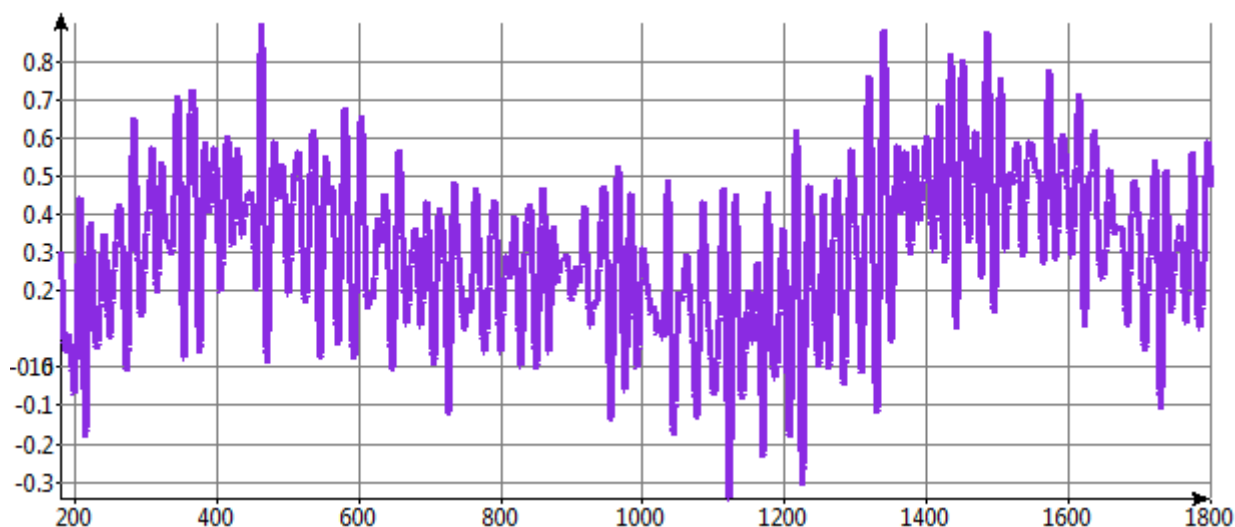


Figura 37. Movimiento de Deriva "Sway", Heidelberg (caso 4).

En la Figura 36 se muestra el movimiento de deriva correspondiente al primer caso de estudio. En ella, se puede observar una oscilación comprendida entre -0'02 y 0'06 metros. Por lo que alcanza unos valores superiores al movimiento de arfada, pero menores al movimiento de avance. Mientras que en la Figura 37, correspondiente al cuarto caso de estudio, se puede observar una oscilación semejante a la anterior (comprendida entre -0'3 y 0'9 metros), con la diferencia de que su desplazamiento es mayor y que la oscilación se produce con mayor frecuencia.



### 7.3.4 – Balance

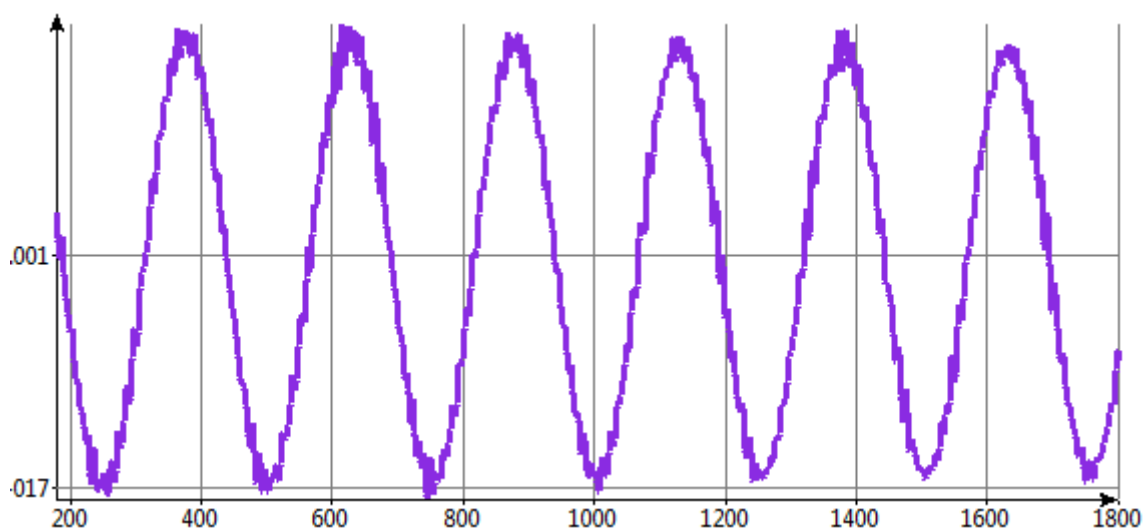


Figura 38. Movimiento de Balance “Roll”, Heidelberg (caso 1).

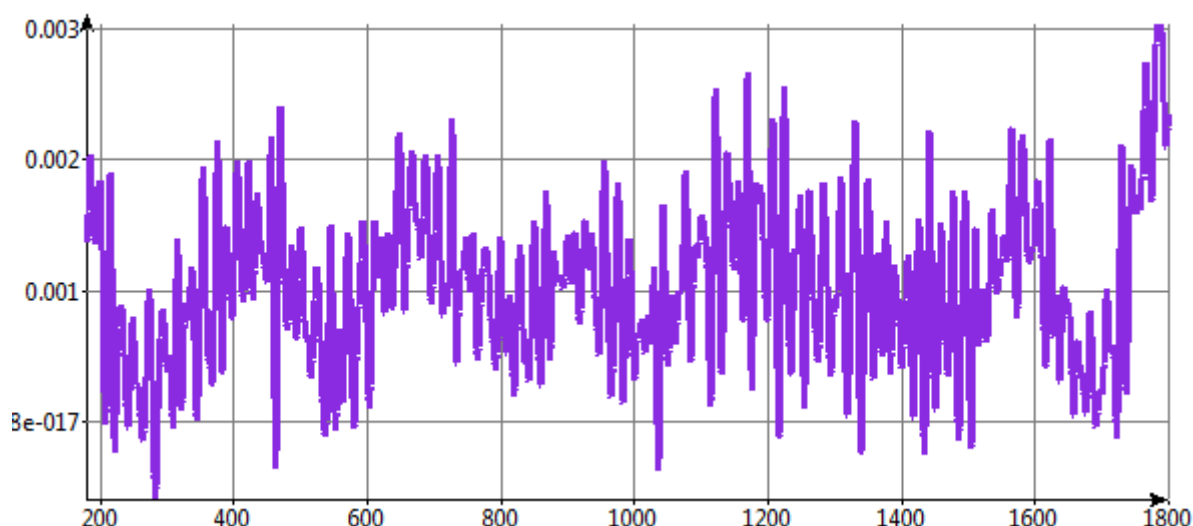


Figura 39. Movimiento de Balance “Roll”, Heidelberg (caso 4).

En la Figura 38 se muestra el movimiento de balance correspondiente al primer caso de estudio, donde su rango de oscilación está comprendido entre  $-4.75 \cdot 10^{-5}$  y  $0.0019$  grados, y oscila regularmente con un periodo de  $T \approx 240$  segundos. Mientras que en la Figura 39, correspondiente al cuarto caso de estudio, la oscilación sigue un patrón semejante al primer caso, pero con mucha distorsión, oscilando en un rango comprendido entre  $-0.006$  y  $0.003$  grados. En ambos casos el valor de oscilación es pequeño y por lo tanto puede decirse que este movimiento no es significativo.

### 7.3.5 – Cabeceo

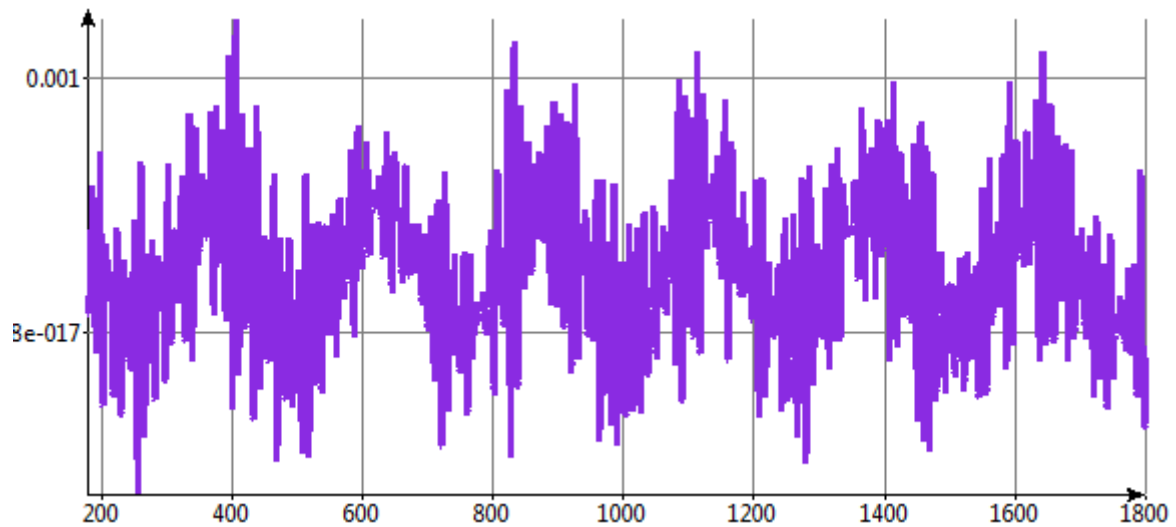


Figura 40. Movimiento de Cabeceo "Pitch", Heidelberg (caso 1).

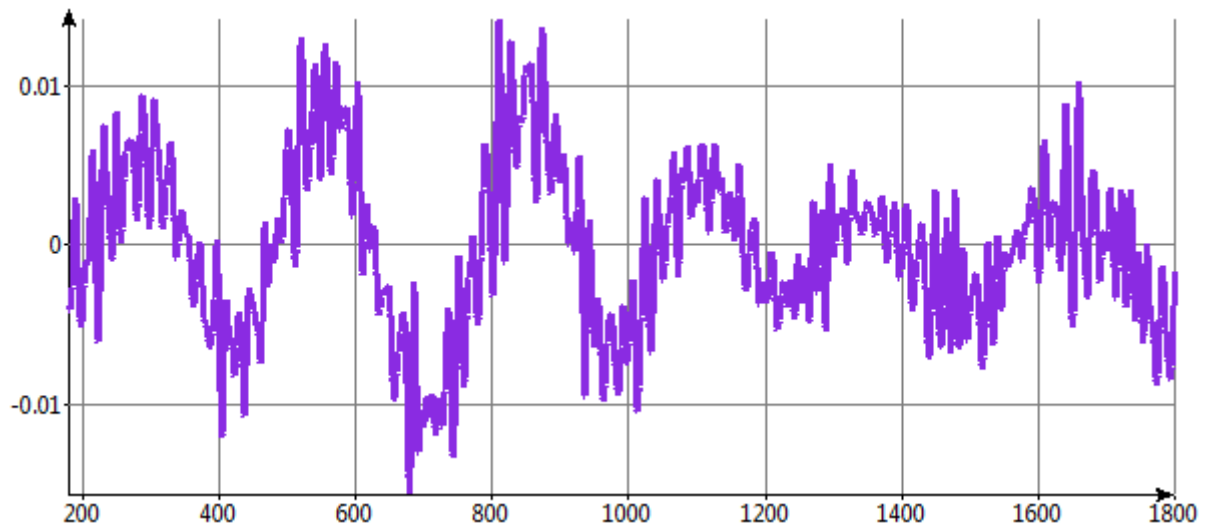


Figura 41. Movimiento de Cabeceo "Pitch", Heidelberg (caso 4).

En la Figura 40 se muestra el movimiento de cabeceo correspondiente al primer caso de estudio. En ella, al igual que en el movimiento de balance se alcanzan valores pequeños, los cuales oscilan entre  $-0'0006$  y  $0'0012$  grados. Por otro lado, en la Figura 41 correspondiente al cuarto caso de estudio, la oscilación presenta un patrón similar al primer caso, pero con unos valores comprendidos entre  $-0'0156$  y  $0'0141$  grados y con una oscilación a menor frecuencia. En este, los valores de oscilación en grados empiezan a ganar relevancia.

A diferencia de los aerogeneradores, tanto el movimiento de balance como de cabeceo adquieren menor relevancia para las plataformas offshore. Esto se debe a que la superestructura de las plataformas alcanza menores alturas, de modo que un giro de 1 grado equivaldría en el extremo de la plataforma a un movimiento menor que en el extremo de un aerogenerador.

### 7.3.6 – Guiñada

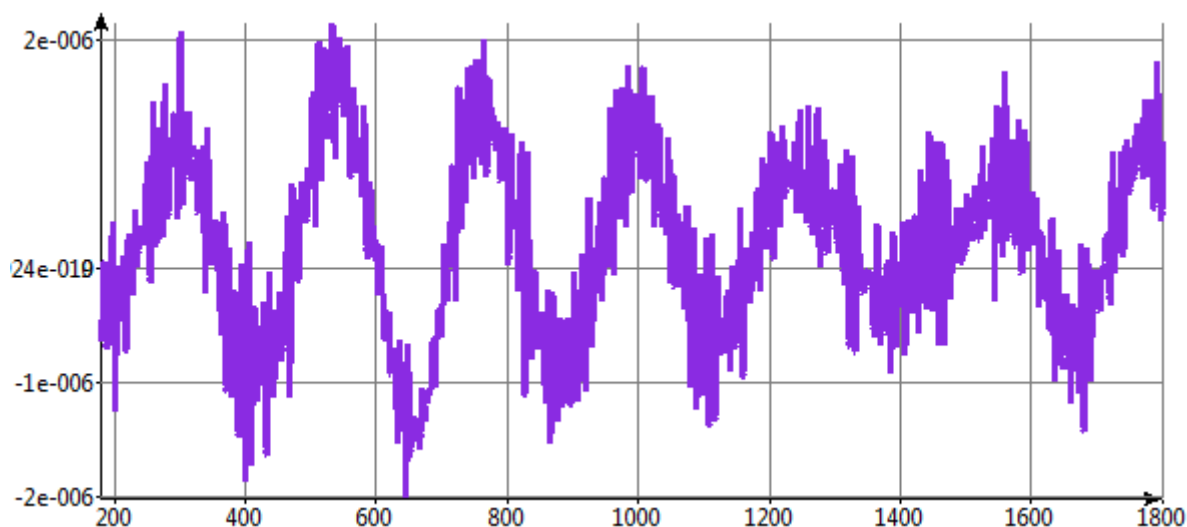


Figura 42. Movimiento de Guiñada “Yaw”, Heidelberg (caso 1).

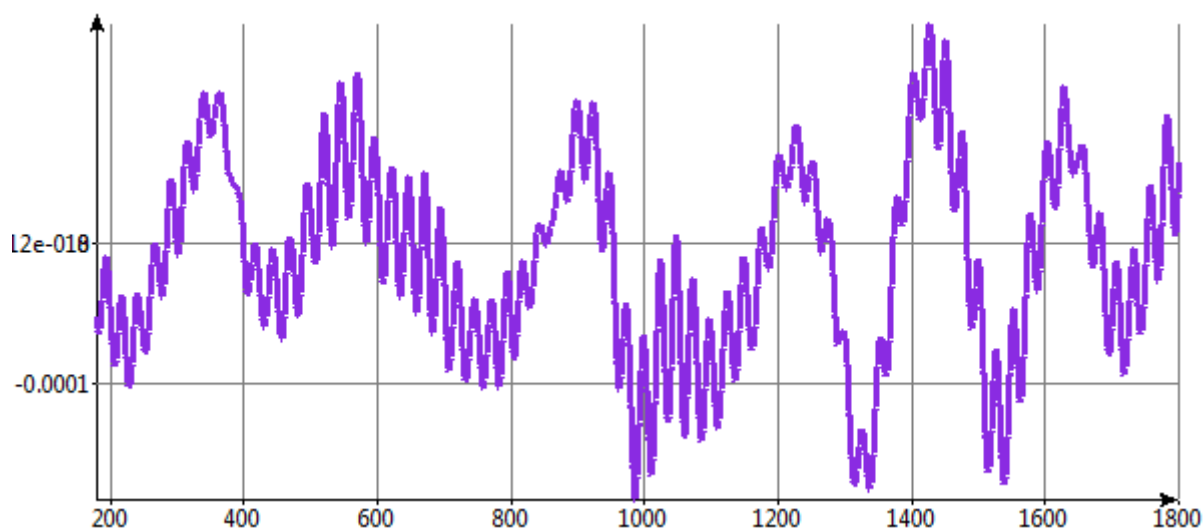


Figura 43. Movimiento de Guiñada “Yaw”, Heidelberg (caso 4).

En la Figura 42 se muestra el movimiento de guiñada correspondiente al primer caso de estudio. En ella, al igual que en la Figura 43 correspondiente al cuarto caso de estudio, se alcanzan unos valores muy pequeños, tan pequeños que el presente movimiento se puede considerar despreciable. Dicho comportamiento es lógico cuando se habla de estructuras offshore, ya que el movimiento de guiñada se trata de un movimiento sobre el eje de coordenadas Z, es decir, este movimiento es equivalente al movimiento realizado por un remolino. Por consiguiente, a menos que aparezca un remolino bajo la posición de la plataforma, dicho movimiento siempre presentará unos valores muy pequeños y depreciables.

### 7.3.7 – Comparación de movimientos de avance, deriva y arfada

A continuación, con la finalidad de poder comparar y analizar con mayor precisión las diferencias existentes entre los distintos casos de estudio, las gráficas correspondientes a las Figura 44 y Figura 45 reagrupan las respuestas en movimientos correspondientes a los movimientos de avance, deriva y arfada, representadas por los colores púrpura, azul claro y naranja respectivamente.

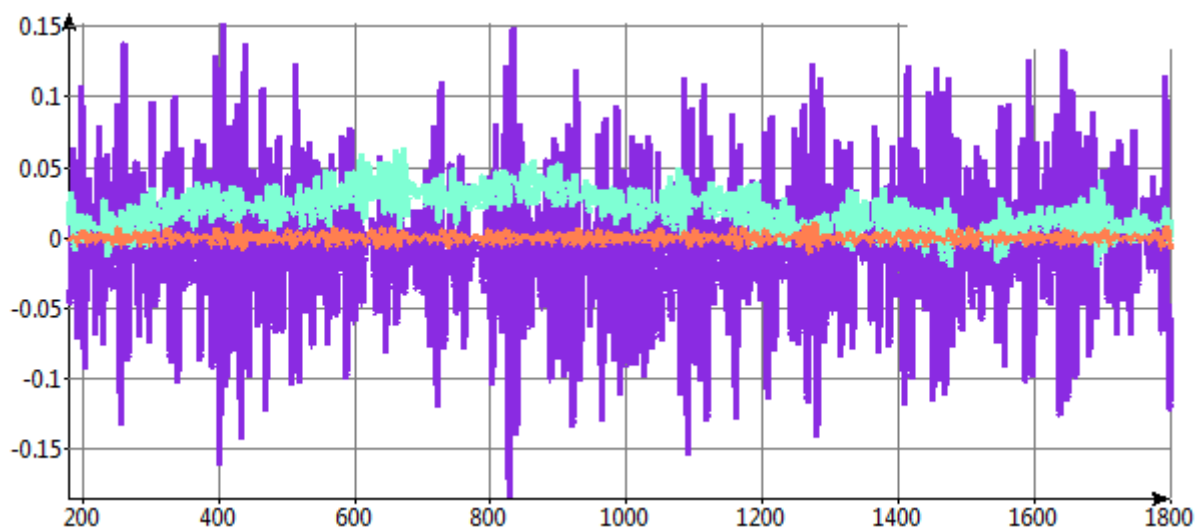


Figura 44. Movimientos de Avance, Deriva y Arfada, Heidelberg (caso 1).

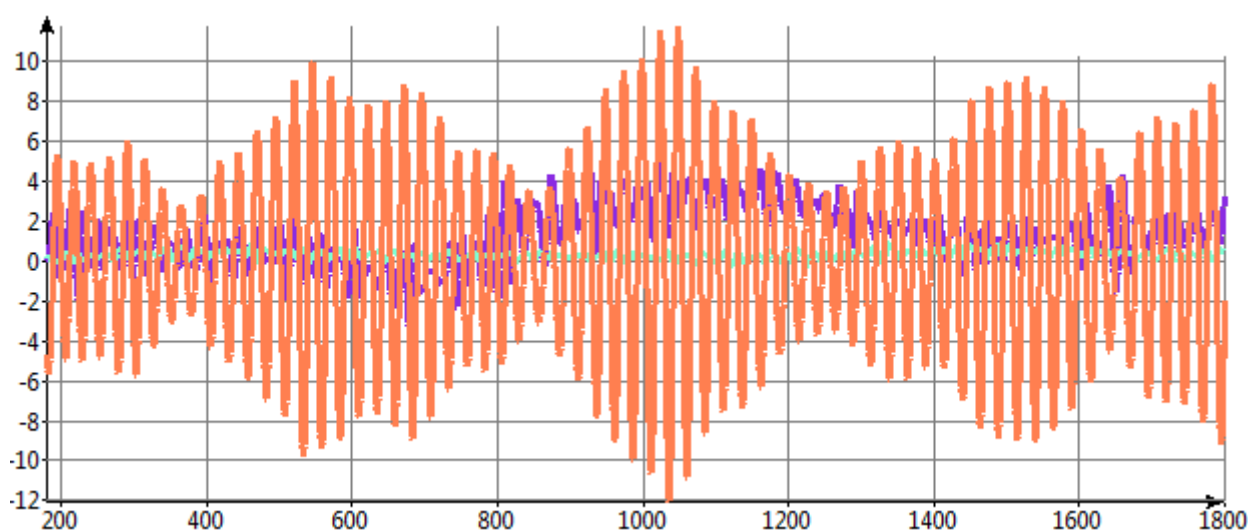


Figura 45. Movimientos de Avance, Deriva y Arfada, Heidelberg (caso 4).

En la Figura 44 correspondiente al primer caso de estudio, se puede observar que el movimiento que predomina sobre el resto es el movimiento de avance. Esto se debe a que la gran mayoría de las cargas aplicadas sobre la plataforma offshore viajan en la misma dirección, sobre el eje de coordenadas X (efecto observable en las animaciones generadas por el programa). Del mismo modo, las cargas que llegan con pequeños ángulos sobre el eje X incitan al movimiento de deriva, pero en menor medida. Mientras que el movimiento de arfada alcanza unos valores muy pequeños al respecto, debido a la pequeña altura significativa de la ola.

A diferencia, en la Figura 45 correspondiente al cuarto caso de estudio, se observa claramente que el movimiento predominante es el de arfada, el cual alcanza unos valores preocupantes que se analizarán con mayor detalle en los apartados 7.3.9 y 7.3.10. Mientras que por otro lado, las cargas de oleaje que incitan al movimiento de avance y deriva son mayores debido al aumento de las fuerzas del oleaje, por lo que se puede apreciar un incremento importante en sus desplazamientos, respecto al primer caso de estudio.

### 7.3.8 – Comparación de movimientos de balance, cabeceo y guiñada

Del mismo modo que en el apartado anterior, también se han reagrupado en gráficas los movimientos de balance, cabeceo y guiñada, representados por los colores púrpura, azul claro y naranja respectivamente.

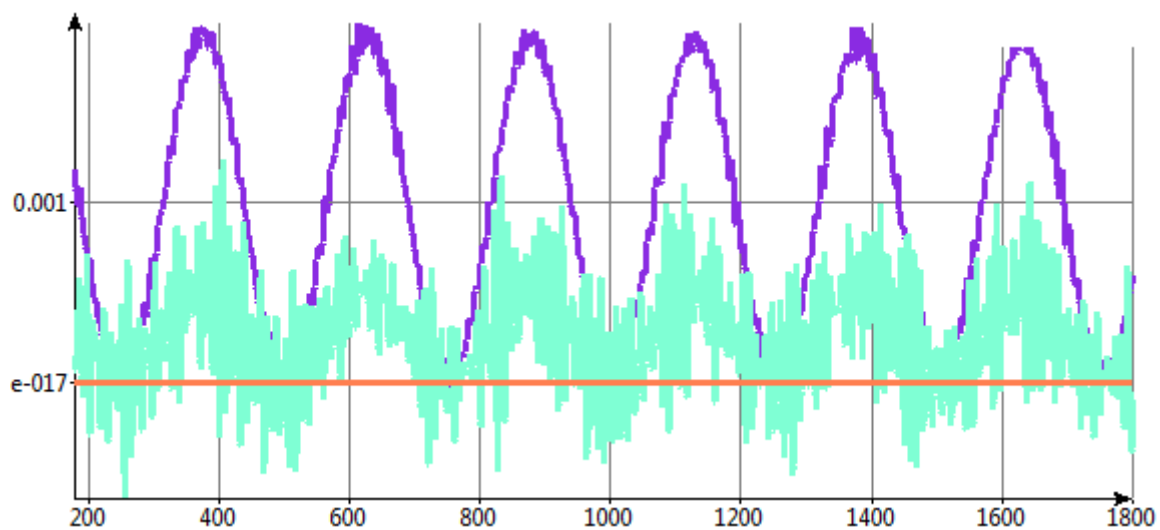


Figura 46. Movimientos de Balance, Cabeceo y Guiñada, Heidelberg (caso 1).

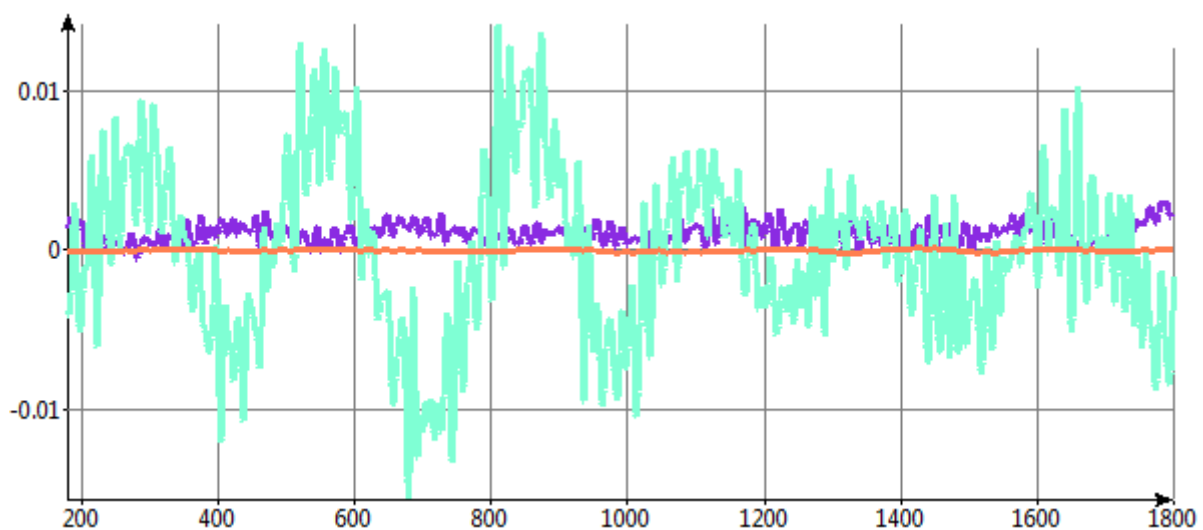


Figura 47. Movimientos de Balance, Cabeceo y Guiñada, Heidelberg (caso 4).

En la Figura 46 correspondiente al primer caso de estudio, se observa que los tres movimientos alcanzan unos ángulos de giro pequeños, donde el movimiento predominante es el de balance, seguido del movimiento de cabeceo. A diferencia, en la Figura 47 correspondiente al cuarto caso de estudio, el movimiento predominante es claramente el de cabeceo. Esto se debe a que el movimiento de avance, directamente relacionado con el movimiento de cabeceo, aumenta significativamente respecto al primer caso de estudio, mientras que el movimiento de deriva, relacionado con el movimiento de balance, aumenta ligeramente.

Por otro lado, en ambos casos y como ya se ha comentado anteriormente, el movimiento de guiñada adquiere unos ángulos de giro tan pequeños, que dicho movimiento se puede despreciar.

### 7.3.9 – Tabla de respuestas en movimientos, máximos y mínimos

Las respuestas en movimientos vistas anteriormente, se han recopilado en la siguiente tabla con la finalidad de poder analizar con mayor facilidad las diferencias entre los distintos casos de estudio.

|               |                 | <b>Avance<br/>(m)</b> | <b>Deriva<br/>(m)</b> | <b>Arfada<br/>(m)</b> | <b>Balance<br/>(°)</b> | <b>Cabeceo<br/>(°)</b> | <b>Guiñada<br/>(°)</b> |
|---------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| <b>Caso 1</b> | Máx.            | 0'1517                | 0'0633                | 0'0108                | 0'0019                 | 0'0012                 | -                      |
|               | Mín.            | -0'1848               | -0'0217               | -0'0111               | -4'7·10 <sup>-5</sup>  | -0'0006                | -                      |
|               | <i>Promedio</i> | -0'0165               | 0'0208                | -0'0001               | 0'0009                 | 0'0003                 | -                      |
| <b>Caso 2</b> | Máx.            | 0'1972                | 0'0487                | 0'4709                | 0'0019                 | 0'0008                 | -                      |
|               | Mín.            | -0'1127               | -0'0119               | -0'4561               | -2'5·10 <sup>-5</sup>  | -0'0003                | -                      |
|               | <i>Promedio</i> | 0'0422                | 0'0184                | 0'0074                | 0'0009                 | 0'0002                 | -                      |
| <b>Caso 3</b> | Máx.            | 0'382                 | 0'0825                | 0'053                 | 0'002                  | 0'002                  | -                      |
|               | Mín.            | -0'4206               | -0'0446               | -0'0417               | -0'0002                | -0'0016                | -                      |
|               | <i>Promedio</i> | -0'0193               | 0'0189                | 0'0056                | 0'0009                 | 0'0002                 | -                      |
| <b>Caso 4</b> | Máx.            | 5'2374                | 0'8979                | 11'731                | 0'003                  | 0'0141                 | 0'0001                 |
|               | Mín.            | -3'2961               | -0'344                | -12'06                | -0'0006                | -0'0156                | -0'0002                |
|               | <i>Promedio</i> | 0'9706                | 0'5539                | -0'1645               | 0'0012                 | -0'0007                | -0'00005               |

Tabla 13. Movimientos en los seis grados de libertad, máximos y mínimos.

Así pues, analizando la Tabla 13 se puede observar que el movimiento de avance es el más significativo para el primer y tercer caso de estudio. Mientras que en el segundo y cuarto caso de estudio, el movimiento más significativo es el de arfada, aunque el movimiento de avance también adquiere unas cifras elevadas. Por lo tanto, se puede señalar que los casos de estudio 2 y 4, con un período medio mayor, presentan mayores movimientos de arfada que los casos 1 y 3, con un menor período medio menor. Por otro lado, también puede señalarse que los giros o movimientos de balance, cabeceo y guiñada, en general son muy pequeños, de modo que no son significativos a excepción del cuarto caso de estudio, donde el cabeceo empieza a ganar relevancia.

### 7.3.10 – Tabla de respuestas en aceleraciones, máximos y mínimos

Cambiando de perspectiva, las respuestas en movimientos obtenidas también se pueden representar en la herramienta de cálculo numérico en función de sus valores de aceleración. Por lo tanto, dicha información se ha recopilado en la siguiente tabla:

|               |                 | <b>Avance<br/>(m/s<sup>2</sup>)</b> | <b>Deriva<br/>(m/s<sup>2</sup>)</b> | <b>Arfada<br/>(m/s<sup>2</sup>)</b> | <b>Balance<br/>(°/s<sup>2</sup>)</b> | <b>Cabeceo<br/>(°/s<sup>2</sup>)</b> | <b>Guiñada<br/>(°/s<sup>2</sup>)</b> |
|---------------|-----------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <b>Caso 1</b> | Máx.            | 0'06456                             | 0'01027                             | 0'00206                             | $5'93 \cdot 10^{-5}$                 | 0'00033                              | $6'96 \cdot 10^{-7}$                 |
|               | Mín.            | -0'06619                            | -0'0108                             | -0'00208                            | $-5'6 \cdot 10^{-5}$                 | -0'00035                             | $-6'45 \cdot 10^{-7}$                |
|               | <i>Promedio</i> | $-8'15 \cdot 10^{-4}$               | $-2'65 \cdot 10^{-4}$               | $-1 \cdot 10^{-5}$                  | $1'65 \cdot 10^{-6}$                 | $-1 \cdot 10^{-5}$                   | $2'55 \cdot 10^{-8}$                 |
| <b>Caso 2</b> | Máx.            | 0'02096                             | 0'0039                              | 0'02953                             | $2'13 \cdot 10^{-5}$                 | $8'33 \cdot 10^{-5}$                 | $2'4 \cdot 10^{-7}$                  |
|               | Mín.            | -0'0197                             | -0'00525                            | -0'03138                            | $-1'62 \cdot 10^{-5}$                | $-7'76 \cdot 10^{-5}$                | $-2'12 \cdot 10^{-7}$                |
|               | <i>Promedio</i> | $6'3 \cdot 10^{-4}$                 | $-6'75 \cdot 10^{-4}$               | $-9'25 \cdot 10^{-4}$               | $2'55 \cdot 10^{-6}$                 | $2'85 \cdot 10^{-6}$                 | $1'4 \cdot 10^{-8}$                  |
| <b>Caso 3</b> | Máx.            | 0'12196                             | 0'01755                             | 0'00625                             | 0'00012                              | 0'00062                              | $1'18 \cdot 10^{-6}$                 |
|               | Mín.            | -0'13979                            | -0'02286                            | -0'00727                            | $-8'78 \cdot 10^{-5}$                | -0'00069                             | $-1'16 \cdot 10^{-6}$                |
|               | <i>Promedio</i> | $-9'05 \cdot 10^{-3}$               | $-2'65 \cdot 10^{-3}$               | $-5'1 \cdot 10^{-4}$                | $1'61 \cdot 10^{-5}$                 | $-3'5 \cdot 10^{-5}$                 | $1 \cdot 10^{-8}$                    |
| <b>Caso 4</b> | Máx.            | 0'35268                             | 0'0655                              | 0'7946                              | 0'00029                              | 0'00132                              | $4'67 \cdot 10^{-6}$                 |
|               | Mín.            | -0'37354                            | -0'07838                            | -0'76659                            | -0'00027                             | -0'0015                              | $-4'96 \cdot 10^{-6}$                |
|               | <i>Promedio</i> | -0'0104                             | $-6'44 \cdot 10^{-3}$               | 0'014                               | $1 \cdot 10^{-5}$                    | $-9 \cdot 10^{-5}$                   | $-1'45 \cdot 10^{-7}$                |

Tabla 14. Aceleraciones en los seis grados de libertad, máximos y mínimos.

Del mismo modo que en la Tabla 13. Movimientos en los seis grados de libertad, máximos y mínimos. Tabla 13, en la Tabla 14 las aceleraciones que predominan corresponden a los movimientos predominantes identificados anteriormente, donde para el cuarto caso de estudio los movimientos de arfada, avance y cabeceo, pueden alcanzar unas aceleraciones de  $0'8 \text{ m/s}^2$ ,  $0'37 \text{ m/s}^2$  y  $0'0015 \text{ °/s}^2$  respectivamente. Por ejemplo, cuando se alcanza un máximo de aceleración de arfada de  $0'8 \text{ m/s}^2$ , la velocidad equivalente a la que puede llegar la plataforma es de 3 m/s, lo cual implica un claro riesgo para el personal a bordo.

Para verificar dicho comportamiento, también se ha observado la animación correspondiente a la elevación de las olas generada por el programa, de modo que se ha podido observar que en ciertos momentos, en períodos de tiempo equivalentes a 10 segundos, la elevación de las olas sobre la posición de la plataforma pasa de un máximo de 6 metros a un mínimo de -6 metros. Es decir, la plataforma llega a desplazarse 12 metros en 10 segundos.

Por ello, debido a las grandes aceleraciones, velocidades y desplazamientos que se presentan en el cuarto caso de estudio, se deberían tomar las medidas de seguridad correspondientes cancelando la producción y desalojando previamente al personal de a bordo.

## 7.4 – Respuestas del sistema de fondeo

El análisis de las respuestas del sistema de fondeo de la plataforma Heidelberg, se centra en la obtención de las tensiones de las nueve líneas de fondeo para cada caso de estudio. Con esta información se podrá verificar que el sistema de fondeo de la plataforma Heidelberg aguantará las condiciones más críticas de la mar, correspondientes al cuarto caso de estudio.

Es importante recordar que las nueve líneas de fondeo definidas en el capítulo 3, son completamente de poliéster a lo largo de toda su longitud, cuando en realidad estas líneas están formadas por tres tramos de acero-poliéster-acero. Esta condición implica una clara reducción del peso de las líneas de fondeo del orden del 58'7% del peso real del sistema de amarre. De modo que, la tensión real de cada una de las líneas de fondeo también se verá reducida en comparación al valor real.

Así pues, a continuación se prosigue al análisis de las respuestas del sistema de fondeo del primer y cuarto caso de estudio, haciendo uso de gráficas y tablas.

### 7.4.1 – Ejemplo, caso 1

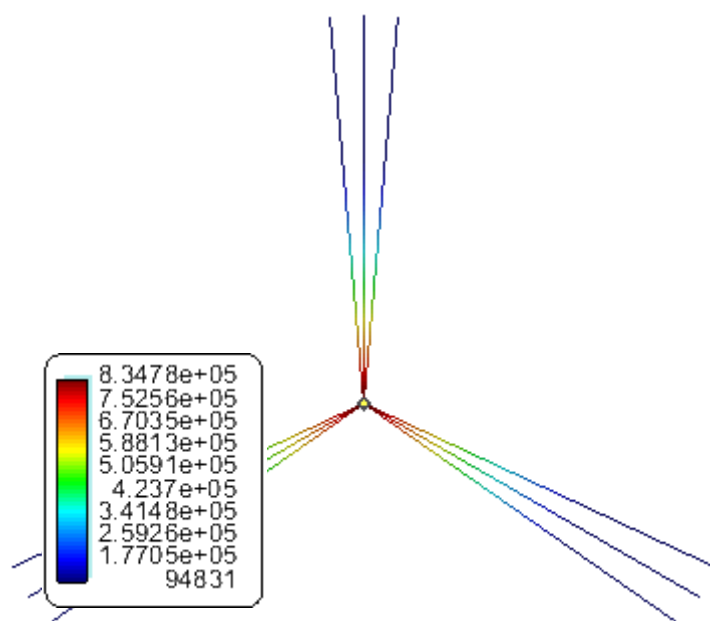


Figura 48. Tensión en N.

En la Figura 48, correspondiente al primer caso de estudio, se puede observar las tensiones a las que están sometidas las nueve líneas de fondeo. Los valores máximos de tensión alcanzan los  $8'35 \cdot 10^5$  Newtons y se encuentran en el punto de conexión de las líneas de fondeo con la plataforma offshore.

La respuesta del sistema de fondeo en el primer caso de estudio, es la misma para los distintos casos de estudio establecidos, ya que el diseño del fondeo es el mismo. Únicamente varían las tensiones que debe resistir.



#### 7.4.2 – Tabla de respuestas en tensiones, máximos y mínimos

Las tensiones sufridas por las líneas de fondeo de la plataforma offshore, se han recopilado en la siguiente tabla con la finalidad de poder comparar y analizar sus diferencias.

|               |                 | <b>T<sub>x</sub></b> | <b>T<sub>y</sub></b> | <b>T<sub>z</sub></b>                | <b>T<sub>T</sub></b>                |
|---------------|-----------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>Caso 1</b> | Máx.            | 88.002               | 55.686               | $8'29 \cdot 10^5$                   | $8'35 \cdot 10^5$                   |
|               | Mín.            | 87.860               | 55.616               | $8'29 \cdot 10^5$                   | $8'35 \cdot 10^5$                   |
|               | <i>Promedio</i> | <i>87.931</i>        | <i>55.651</i>        | <i><math>8'29 \cdot 10^5</math></i> | <i><math>8'35 \cdot 10^5</math></i> |
| <b>Caso 2</b> | Máx.            | 88.134               | 55.772               | $8'29 \cdot 10^5$                   | $8'35 \cdot 10^5$                   |
|               | Mín.            | 87.768               | 55.548               | $8'29 \cdot 10^5$                   | $8'34 \cdot 10^5$                   |
|               | <i>Promedio</i> | <i>87.951</i>        | <i>55.660</i>        | <i><math>8'29 \cdot 10^5</math></i> | <i><math>8'35 \cdot 10^5</math></i> |
| <b>Caso 3</b> | Máx.            | 88.096               | 55.731               | $8'29 \cdot 10^5$                   | $8'35 \cdot 10^5$                   |
|               | Mín.            | 87.761               | 55.575               | $8'29 \cdot 10^5$                   | $8'34 \cdot 10^5$                   |
|               | <i>Promedio</i> | <i>87.928</i>        | <i>55.653</i>        | <i><math>8'29 \cdot 10^5</math></i> | <i><math>8'35 \cdot 10^5</math></i> |
| <b>Caso 4</b> | Máx.            | 94.094               | 59.229               | $8'40 \cdot 10^5$                   | $8'47 \cdot 10^5$                   |
|               | Mín.            | 84.409               | 53.372               | $8'20 \cdot 10^5$                   | $8'25 \cdot 10^5$                   |
|               | <i>Promedio</i> | <i>89.251</i>        | <i>56.300</i>        | <i><math>8'30 \cdot 10^5</math></i> | <i><math>8'36 \cdot 10^5</math></i> |

Tabla 15. Tensiones de las líneas de fondeo (en N).

Así pues, analizando la Tabla 15, y partiendo del sistema de referencia de la Figura 49, se puede observar que las tensiones más relevantes de las líneas de fondeo en los tres primeros casos de estudio, reposan sobre el eje de coordenadas Z alcanzando unos valores de  $8'29 \cdot 10^5$  N. Es decir, las tensiones que se presentan sobre los ejes X e Y influyen en el sistema de fondeo en menor medida.

En cambio, en el cuarto caso de estudio se puede apreciar un aumento importante en la tensión sobre el eje Z. Dicho aumento se produce debido al gran movimiento de arfada que se presenta en este caso, y es por ello que la tensión máxima total de las líneas de fondeo aumenta alcanzando unas valores entorno a los  $8'47 \cdot 10^5$  N.

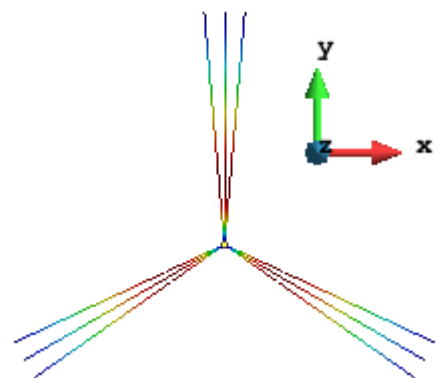


Figura 49. Sistema de referencia.

Una vez conocidas las tensiones a las que se someterán las nueve líneas de fondeo, es importante analizar si estas líneas aguantarán las condiciones de la mar establecidas. Es por ello, que hay que verificar que no sobrepasarán el límite elástico y que no llegarán por consiguiente a romperse. Así pues, repasando los datos determinados en el [capítulo 3](#), se tiene que el límite elástico del poliéster está comprendido entre  $3'3 \cdot 10^7$  y  $4 \cdot 10^7$  N/m<sup>2</sup>, mientras que la carga de las líneas de fondeo no deberá ser superior a  $1'9 \cdot 10^7$  N.

Por consiguiente, realizando un pequeño cálculo para verificar que las líneas de fondeo no superan el límite elástico:

$$\sigma = \frac{T}{A} = \frac{8'5 \cdot 10^5 N}{0'05067 m^2} = 1'67 \cdot 10^7 N/m^2$$

Donde **T** es la tensión de una línea de fondeo, **A** es el área transversal y **σ** es el esfuerzo. De modo que las tensiones de las líneas de fondeo no superan el límite elástico y por consiguiente tampoco alcanzan un valor superior a la carga de rotura. Por lo tanto, pese a que la plataforma presenta unos grandes movimientos de arfada, tanto la estructura como el sistema de fondeo aguantarán.

## Capítulo 8. Conclusiones

La realización del análisis en el dominio del tiempo de cualquier plataforma offshore mediante la herramienta Tdyn-SeaFEM u otras, considerando diferentes cargas ambientales acopladas (corrientes, viento, oleaje, sistemas de fondeo, etc.) resulta posible, además de ventajoso, ya que permite la mejora continua de su diseño ahorrando costos innecesarios de construcción y evitando futuros problemas.

Así pues, del estudio que se ha llevado a cabo con diferentes cargas acopladas, se ha verificado que la plataforma Heidelberg tipo truss spar cumple satisfactoriamente las condiciones operativas de funcionamiento normal en los casos de estudio correspondientes a las condiciones de carga más suaves, donde los movimientos en los seis grados de libertad sufridos por la plataforma son pequeños. En cambio, en la condición de carga más desfavorable, pese a que el sistema de fondeo y la plataforma aguantarían el fuerte oleaje, habría que tomar medidas preventivas de seguridad cancelando la producción de petróleo y gas, y desalojando el personal de a bordo antes de que la tormenta tropical alcanzara la plataforma, ya que el movimiento de arfada que sufriría en estas condiciones alcanzaría unos desplazamientos de varios metros en períodos de tiempo cortos, de modo que la estancia de los trabajadores sería inviable.

Cabe destacar, que las condiciones de carga de la mar más desfavorables, son las que permiten mediante su estudio y análisis mejorar el diseño de las plataformas offshore día a día, garantizando una mejor estabilidad y supervivencia. Es decir, mejorando el comportamiento en la mar.

## Bibliografía

### Comportamiento en la mar

- [1] Rodrigo Pérez Fernández y Miguel Lamas Pardo. *El comportamiento en la mar de estructuras flotantes*. Anales: de mecánica y electricidad. 1ª ed. Disponible en: [http://www.revista-anales.es/web/n\\_6/pdf/seccion\\_11.pdf](http://www.revista-anales.es/web/n_6/pdf/seccion_11.pdf)
- [2] Faltinsen O.M. *Sea Loads on Ships and Offshore Structures*. Cambridge Ocean Technology Series, 1993. ISBN 0-521 45870-6.
- [3] Michael E. McCormick. *Ocean Engineering Mechanics with Applications*. 1ª ed. Cambridge University 2009. ISBN-13 978-0-521-85952-3.
- [4] José Enrique Gutiérrez Romero. *Desarrollo de herramientas software para el análisis de aerogeneradores "offshore" sometidos a cargas acopladas de viento y oleaje*. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos, 2014.
- [5] Morison J. R., O'Brien M. P., Johnson J. W. and Schaaf S. A. *The force exerted by surface waves on piles*. Petroleum Transactions, American Institute of Mining Engineers, 1950. Vol 189, p. 149-154.
- [6] *Características de las olas. Longitud de onda, altura, amplitud, dirección*. 1ª ed. Guías masmar. Disponible en: <http://guias.masmar.net/>

### Tipos de plataformas offshore

- [7] Ángel Amador. *Tipos de estructuras y plataformas offshore*. Versió 1.0. másqueingeniería, 4 de Febrero de 2016 Disponible en: <http://masqueingenieria.com/blog/tipos-estructuras-offshore/>
- [8] Antonio Ceferino Bermejo Díaz. *Sistemas de anclaje y posicionamiento de buques y plataformas offshore*. Proyecto final de grado. Universidad de la Laguna, 2014.
  - Definiciones de plataforma SPAR
- [9] Diego Fernández. *Petróleo y gas en aguas profundas: plataformas SPAR*. Versió 1.0. 24 de mayo de 2014. Disponible en: <https://refineering.wordpress.com/2014/05/24/petroleo-y-gas-en-agua-profundas-plataformas-spar/>
- [10] Andrew Walsh. *SPAR platforms*. Versió 1.0. 29 de abril de 2009. Disponible en: <http://www.slideshare.net/ajw563/spar-platforms-1364883>

### Heidelberg Truss SPAR

- [11] Anadarko Petroleum Corporation. *Heidelberg*. The Woodlands, Texas 77380. Disponible en: <http://www.anadarko.com/>

### Cargas de rotura del sistema de amarre

- [12] REPDEVAL EQUIPOS. *Cargas de prueba de cadena*. Angamos 185 lc. 25 Reñaca, Viña del Mar, Chile. Disponible en: <http://www.repdeval.cl/>
- [13] Sergio Leite, Paul E. Griffin, Reijo Helminen, David S. Rowley. *Polyester ropes offer new opportunities for deepwater development*. Versió 1.0. Offshore magazine. 9 de gener de 2011. Disponible en: <http://www.offshore-mag.com/articles/print/volume-71/issue-9/engineering-construction-installation/polyester-ropes-offer-new-opportunities.html>

### Oleaje, viento en el Golfo de México

- [14] Oliver König, Jonas Kaufmann. *Previsiones del viento, del oleaje y del tiempo*. WINDFINDER. 24106 Kiel, Alemania. Disponible en: [http://es.windfinder.com/forecast/golfo\\_de\\_mexico\\_Boya](http://es.windfinder.com/forecast/golfo_de_mexico_Boya)

### Manuales de uso de Tdyn - SeaFEM

- [15] *SeaFEM Reference manual*. Compass Ingeniería y Sistemas, SA. Barcelona. Disponible en: <http://www.compassis.com/compass/>
- [16] *SeaFEM Theory manual*. Compass Ingeniería y Sistemas, SA. Barcelona. Disponible en: <http://www.compassis.com/compass/>

### Otros

- [17] *Offshore platforms / Wave spectra / Mioceno, paleógeno... / corriente del Golfo de México*. Wikipedia. Disponible en: <https://es.wikipedia.org>
- [18] Baolei Geng, Bin Teng, Guaqing Zhang y Baoyou Zheng. *Viscous damping effect on the first order motion response of a truss spar*. Journal of Shipping and Ocean Engineering 2, 2012. P. 100-106.
- [19] Alberto Rodríguez Marijuán. *Estudio de las solicitaciones meteoceánicas extremas y las respuestas asociadas a una plataforma eólica flotante tipo spar*. Proyecto final de grado. Universidad de Cantabria, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 2015.



# Anexo 1. Diseñando la plataforma Heidelberg con Tdyn

En el presente anexo se explica detalladamente el proceso seguido para el diseño de la plataforma Heidelberg, junto con el proceso de inserción de todos los datos requeridos para el posterior análisis del comportamiento en la mar. Por ello, se ha utilizado el programa de cálculo numérico *Tdyn – SeaFEM*. Dicho programa dispone de las herramientas básicas necesarias para poder realizar el diseño de manera sencilla. Sin embargo, todos aquellos elementos delgados se deberán considerar de otro modo, utilizando una herramienta de la que dispone también el programa.

Recordar que la información esencial para realizar el diseño de la plataforma se halla en el [capítulo 3](#) de este proyecto, en el cual se habla de sus características principales. Por otro lado, puesto que no se disponía de todas las dimensiones ha sido esencial la formulación de ciertas suposiciones respecto al tamaño de algunas partes, así como la toma de mediciones a escala de imágenes reales.

Para más información acerca de la herramienta de cálculo numérico utilizada, se recomienda visitar la siguiente página web: <http://www.compassis.com/compass>, donde se puede descargar el software gratuitamente. Para ciertas operaciones es necesario tener una licencia, o se puede pedir una contraseña temporal de un periodo de 30 días, la cual te permite utilizar el software sin restricciones.

## A1.1 – Diseñando la plataforma Heidelberg

### A1.1.1 – Casco

La longitud total del casco de la estructura es de 605 pies, lo cual equivale a 184'4 metros. Este se divide en dos partes de igual longitud de 86'8 metros más la zona del tanque de quilla de 10'8 metros. Por otro lado, también se conoce el diámetro del cilindro, el cual es de 110 pies aproximadamente 33'5 metros.

Para empezar con el diseño del casco se crea un cilindro centrándolo en las coordenadas (0, 0, 0) de radio 16'75 m y 86'8 m de alto. Posteriormente, se dividen las líneas de la parte inferior del cilindro en cuatro puntos, donde las coordenadas de estos puntos son:

- (0, 16'75, 0)
- (16'75, 0, 0)
- (0, -16'75, 0)
- (-16'75, 0, 0)

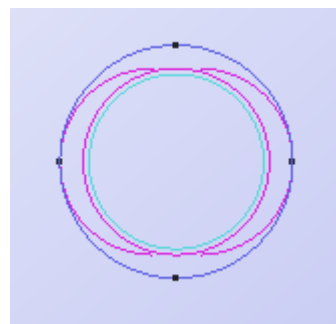


Figura A1. Cilindro (vista en planta).

De los cuatro puntos, se crean cuatro cilindros de radio = 1'5 m y -89'8 m de alto (este valor es negativo para que el programa dibuje los cilindros hacia abajo del punto de referencia definido con anterioridad). Los centros de los que parten estos cilindros, vienen a ser las coordenadas de los puntos definidos anteriormente, aunque en este caso en el eje de coordenadas z se han añadido 3 metros, debido a que los cilindros pequeños están soldados al cilindro principal, sobrepasando este. De aquí que la altura de los cilindros sea de -89,8 m, ya que sumándole tres equivale a -86'8 m.

1. (-16'75, 0, 3) hasta (-16'75, 0, -89'8)
2. (16'75, 0, 3) hasta (16'75, 0, -89'8)
3. (0, -16'75, 3) hasta (0, -16'75, -89'8)
4. (0, 16'75, 3) hasta (0, 16'75, -89'8)

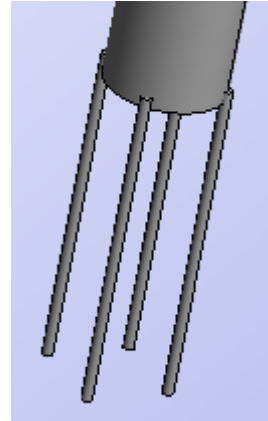


Figura A2. Patas cilíndricas.

Representadas las “patas” se prosigue a dibujar la parte inferior de la estructura, la correspondiente al tanque de quilla. Para ello primero se crean cuatro puntos, cuyos valores en coordenadas son los siguientes:

1. (0, 25, -86'8)
2. (0, -25, -86'8)
3. (25, 0, -86'8)
4. (-25, 0, -86'8)

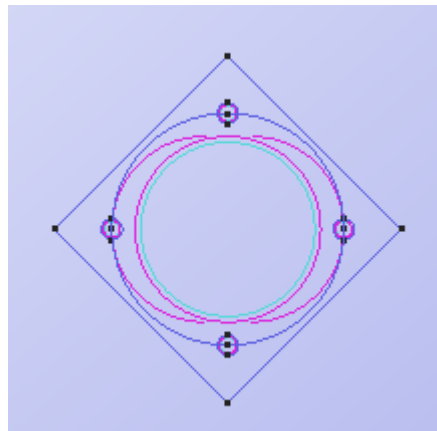


Figura A3. Base de la plataforma.

Se unen los cuatro puntos con una línea, de modo que se forma un cuadrado. Posteriormente, se dividen estas líneas en 6 divisiones por línea, lo que genera varios puntos a lo largo de estas. Los puntos innecesarios se eliminan utilizando la herramienta “Collapse” que permite re-unir la línea nuevamente, mientras que los puntos importantes o más cercanos a las cuatro esquinas hay que unirlos trazando una línea (las esquinas del cuadrado se eliminan):

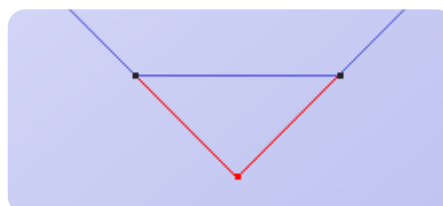
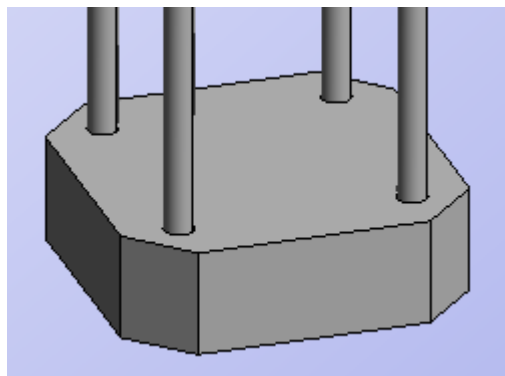


Figura A4. Eliminación de la esquina.



Una vez eliminadas las esquinas del cuadrado, utilizando la herramienta “Copy” se copian las líneas generadas anteriormente cogiendo como centro de referencia las coordenadas (0, 0, -86’8), hasta las coordenadas (0, 0, -97’6), equivalente a 10’8 metros ya que es la dimensión de esa pieza. Además, utilizando esta herramienta se puede forzar al programa a generar automáticamente las superficies entre las líneas copiadas.



Las superficies que falten por hacer, así como el volumen de la estructura, se crean posteriormente.

Figura A5. Estructura inferior (tanque de quilla).

A continuación se representarán las dos planchas distribuidas a lo largo de los cuatro cilindros. Para ello, hay que dividir la longitud de estos cilindros entre 3, obteniendo una longitud de 28’9 metros por división, es decir, habrá una plancha a -28’9 y a -57’8 siguiendo el eje de coordenadas z.

Conocidas las distancias respecto al eje z, se prosigue a la creación de cuatro puntos. Estos puntos se ubicarán 0’375 metros por encima de los -28’9 metros, ya que del siguiente modo, posteriormente lograremos centrar correctamente la plancha. Las coordenadas de estos puntos son por lo tanto:

1. (0, 25, -28’525)
2. (0, -25, -28’525)
3. (25, 0, -28’525)
4. (-25, 0, -28’525)

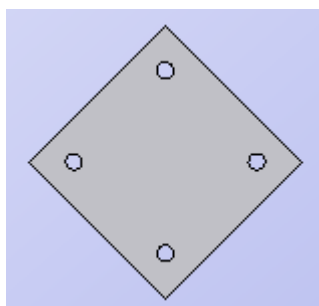


Figura A6. Placa.

Se unen los cuatro puntos con una línea y a continuación se utiliza nuevamente la herramienta “Copy” teniendo en cuenta que el espesor de la plancha es de 0’75 metros. Al añadir este espesor se logra centrar la plancha, ya que  $-28’525 - 0’75$  metros da -29’275 metros ( $28’9 + 0’375 = 29’275$ ). Así pues, representada la primera plancha y utilizando la herramienta “Copy” se logra representar la segunda plancha, para ello se coge como centro de referencia (0, 0, -57’8).

Finalmente, hay que separar las superficies de las planchas de las superficies de los cuatro cilindros, ya que se atraviesan. Para ello, simplemente se han creado ocho círculos alrededor de cada una de las zonas de paso, de 1’5 metros de radio y un espesor de 0’75 metros. Luego, eliminando las superficies y creando unas nuevas, seleccionando los círculos entre las otras líneas, se logra representar las planchas, con las aberturas correspondientes para el paso de los cuatro cilindros.

Una vez obtenido el diseño, se generan los volúmenes de las diferentes partes de la estructura con el fin de determinar si su valor es semejante al conocido y por tanto el diseño es bueno.

Cabe decir que el resto de elementos como la traca y la estructura en celosía, se representan utilizando una herramienta de la que dispone el programa. El proceso de representación de estos, se explica detalladamente en el [capítulo 3](#).

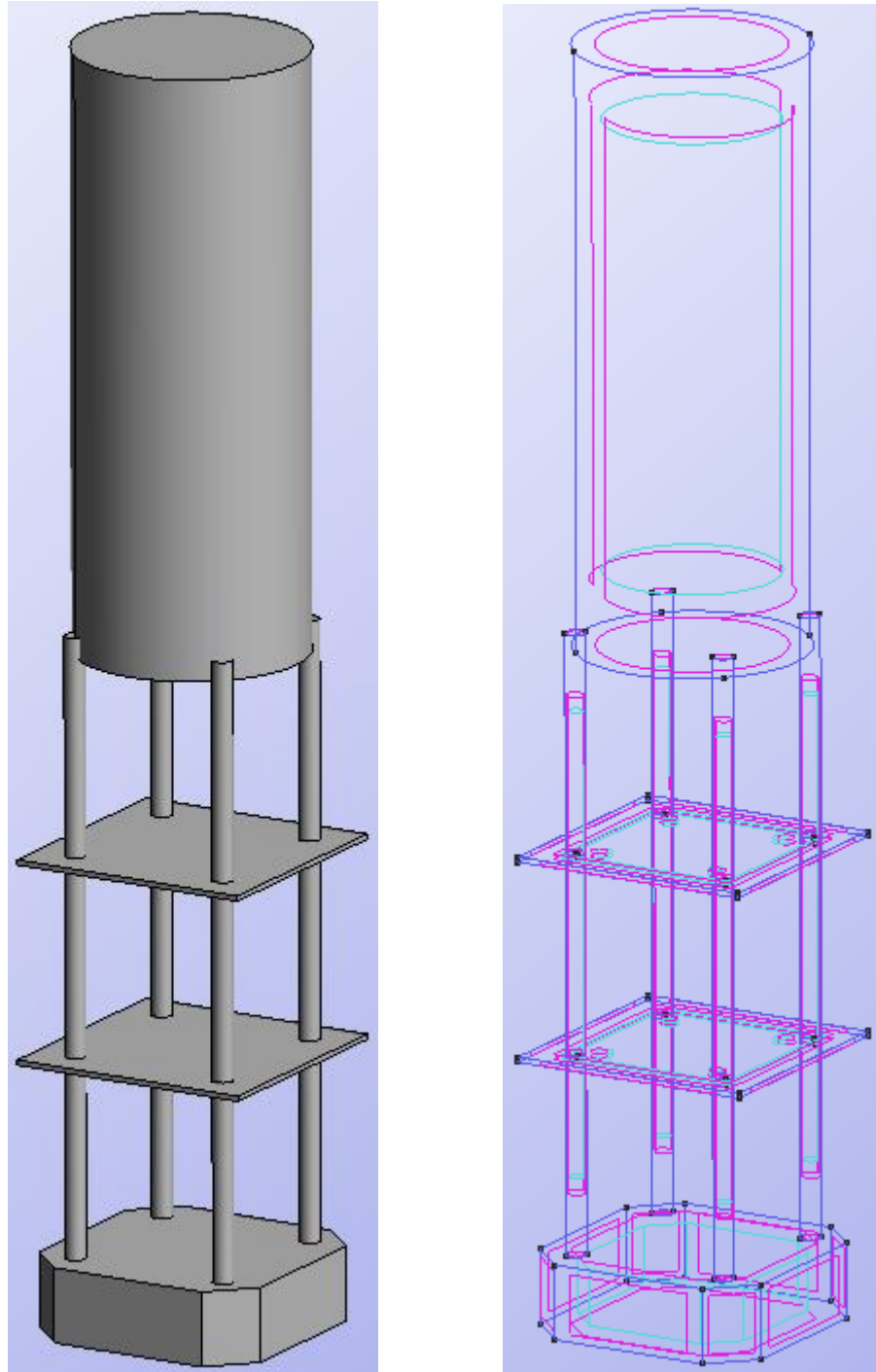


Figura A7. Representación final del casco de la plataforma Heidelberg Truss SPAR.

### A1.1.2 – Superestructura

A diferencia del diseño del casco, el diseño de la superestructura no es tan relevante. Esto se debe a que no está en contacto directo con la mar y por lo tanto el valor más relevante de esta parte viene a ser el peso, el cual se puede introducir en la herramienta de cálculo numérico. Por consiguiente el diseño es bastante sencillo y se ha dividido en diversos bloques, donde cada bloque corresponde a una cubierta distinta de la superestructura.

Para empezar con el diseño de la superestructura se crea un cilindro pequeño centrándolo en las coordenadas (0, 0, 90) de radio 16'75 m y 5'5 m de alto. Posteriormente se crean cuatro puntos y se unen con líneas, de manera que forman una base rectangular de 67x50 metros. Esta base rectangular se desplaza utilizando la herramienta "Move" hasta las coordenadas (0, 0, 95'5), de modo que se logra centrar el rectángulo, con el cilindro generado anteriormente.

Cogiendo la base rectangular y utilizando la herramienta "Copy", se copia la base 7 metros por encima hasta las coordenadas (0, 0, 102'5) y se unen con líneas los puntos entre los rectángulos.



Figura A8. Líneas a unir representadas por el color rojo.

A continuación, realizando un par de cálculos a partir de las distancias que se conocen, realizando pequeñas suposiciones y midiendo las dimensiones a escala reducida, se generan todos los puntos correspondientes a los distintos bloques de la superestructura y posteriormente se unen con líneas, formando la siguiente estructura:

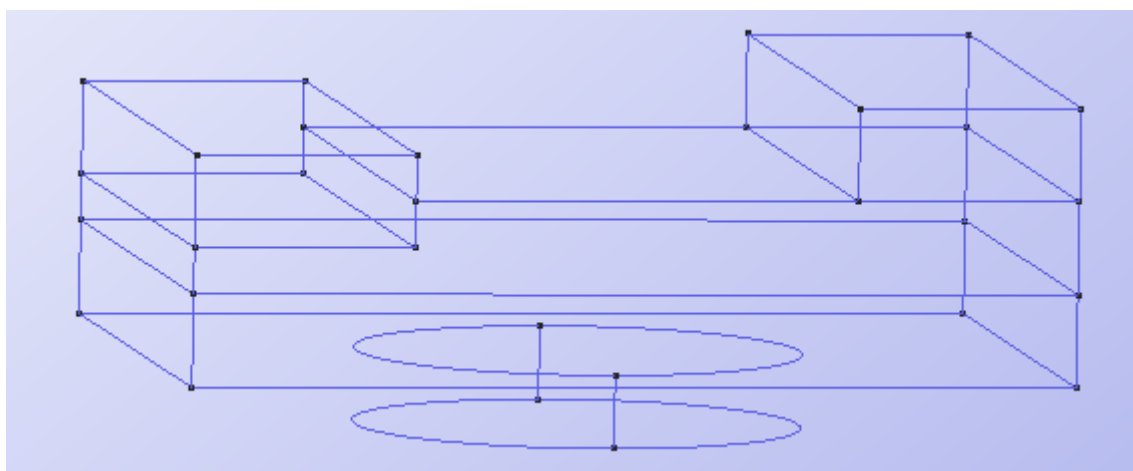


Figura A9. Superestructura sin superficies.

Finalmente se crean las superficies a partir de las líneas de las que se dispone y se desplaza la superestructura ya finalizada hasta las coordenadas (0, 0, 86'8), de modo que se ajustará encima del casco ya diseñado. Cabe decir, que cada bloque tiene una altura de 7 metros, excepto el bloque cilíndrico que la tiene de 5'5 metros.

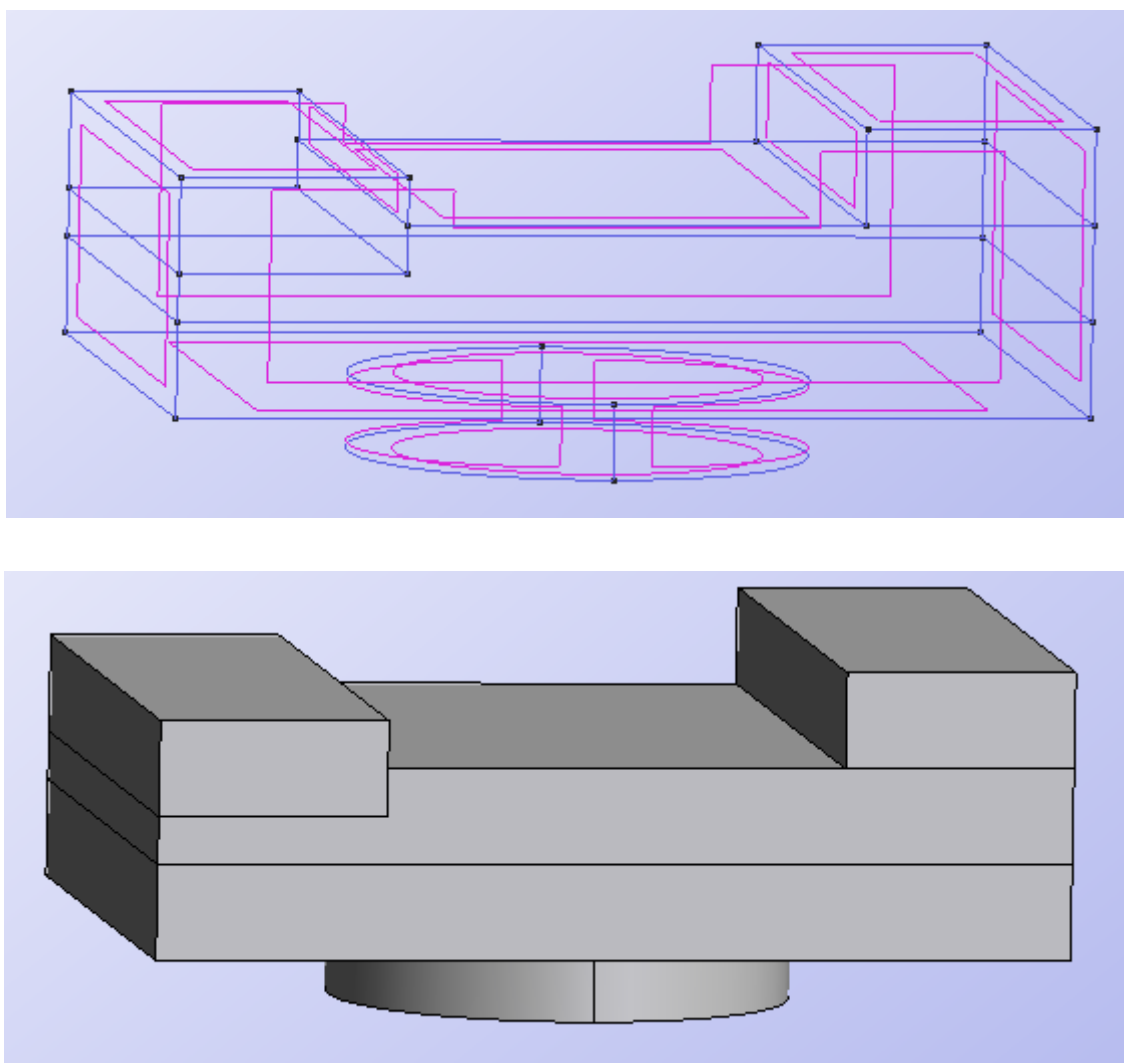


Figura A10. Representación final de la superestructura.

## A1.2 – Diseñando el sistema de amarre

### A1.2.1 – Líneas de fondeo

Otro elemento importante es la ubicación en coordenadas de las líneas de fondeo, ya que la herramienta de cálculo numérico dispone de una opción para generarlas. El problema reside en que únicamente se dispone de la longitud total de la cuerda, la cual es de 2.670 metros, y la profundidad cuyo valor es de 1.615 – 50 metros (se le resta 50 metros, ya que las líneas de fondeo se anclan 50 metros por debajo del nivel del mar en la plataforma). Teniendo en cuenta que las líneas son catenarias no se puede aplicar el teorema de Pitágoras, pero si se dividen estas líneas en varios triángulos rectángulos, se puede hacer una aproximación bastante buena.

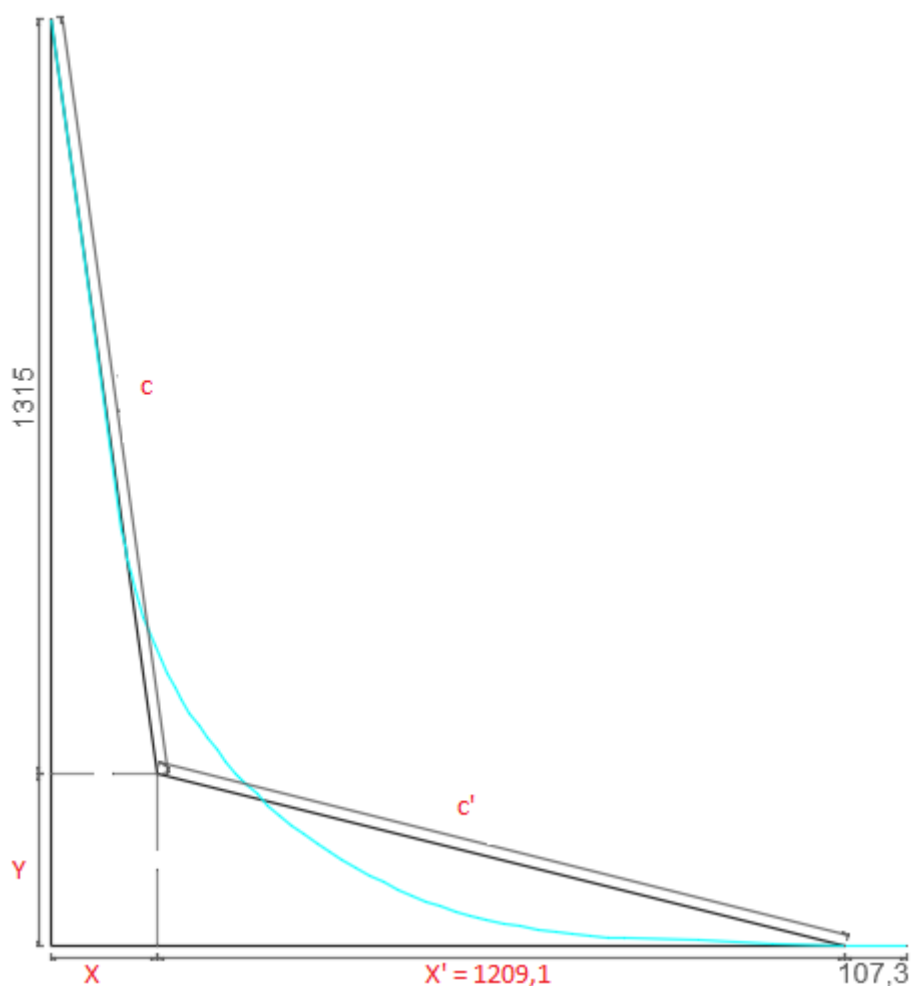


Figura A11. Líneas de amarre catenarias, obtención del valor X'.

Así pues, para sacar el valor X', es decir, el número marcado con el color rojo, primero hay que suponer unos valores aleatorios para X e Y. Por ejemplo, se supondrá un valor de Y = 250 y un valor de X = 185, con estos valores se puede aplicar el teorema de Pitágoras para el primer triángulo rectángulo del cual se conoce su profundidad (1.615 – 50 – 250 = 1.315m) y que X = 185.

$$c = \sqrt{1.315^2 + 185^2} = 1.327'95 \text{ m}$$

Una vez se tiene este valor, restando la longitud total de la cadena, con la longitud de la cadena del fondo (107'3 metros, dato que se conoce) y la longitud de  $c$ , se obtiene el valor de la hipotenusa del siguiente triángulo rectángulo.

$$c' = 2.670 - (1.327'95 + 107'3) = 1.234'7 \text{ m}$$

Ahora, conocida la hipotenusa  $c'$  se puede obtener el valor  $X'$  marcado con el color rojo, aplicando nuevamente el teorema de Pitágoras.

$$X' = \sqrt{1.234'7^2 - 250^2} = 1.209'1 \text{ m}$$

Finalmente, sumando todos los valores del eje X, se obtiene que el punto de anclaje de las líneas de amarre está a  $1.501'4 + 16'75$  metros. Donde estos 16'75 metros se añaden ya que corresponde al radio del casco de la plataforma, y es la distancia restante para que se llegue al centro de coordenadas.

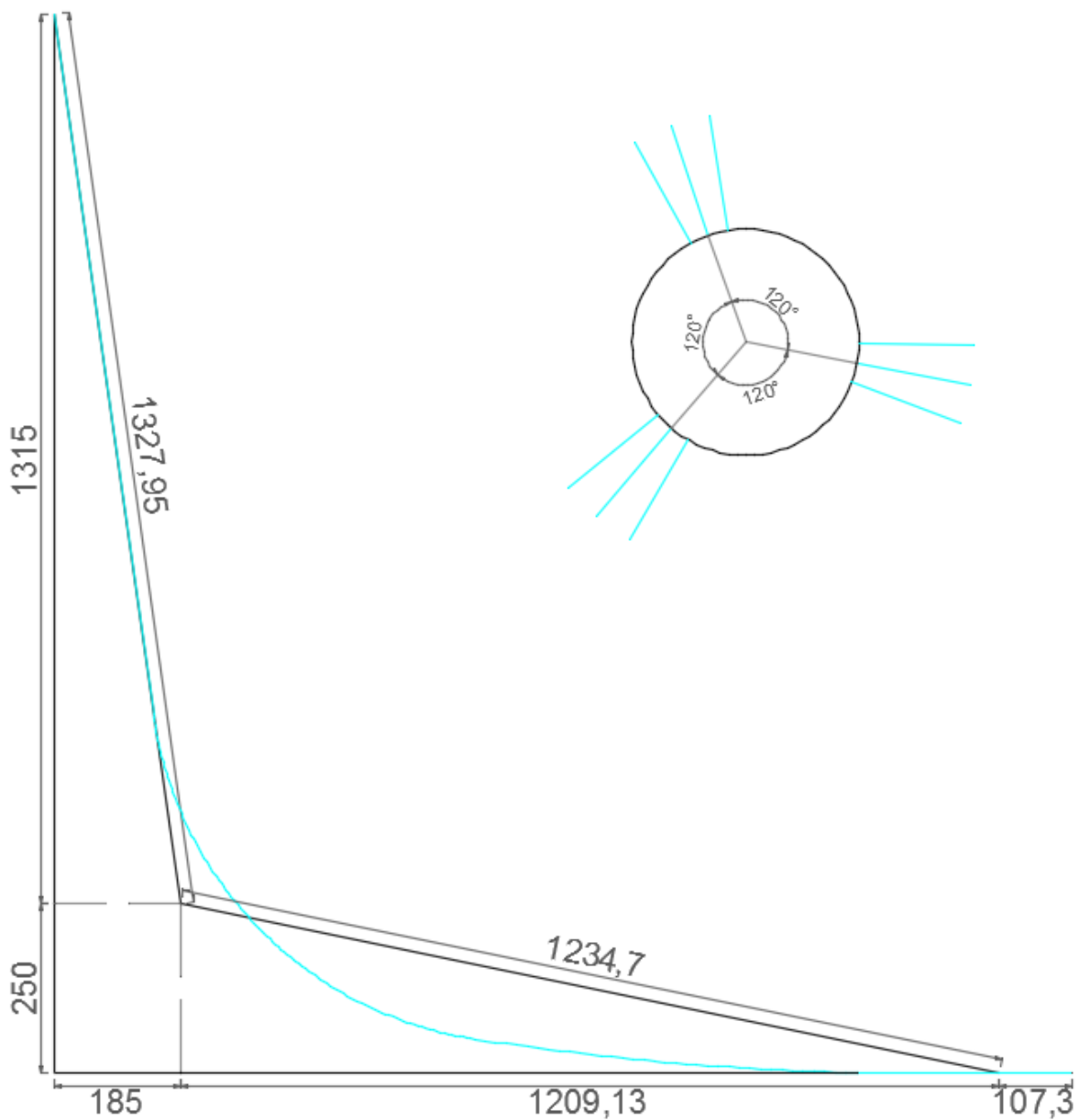


Figura A12. Ubicación de las líneas de amarre.

### A1.3 – Definiendo el mar y la playa

Tanto el mar como la playa se deben definir ya que es donde se representarán los efectos generados por las olas. Así pues, para definir el mar es necesario hallar la longitud de ola, la cual se puede hallar a partir del período medio o intervalo de olas aplicando:

$$\lambda = \frac{g \cdot T^2}{2\pi} \text{ (Aguas profundas)}$$

Cabe decir, que la plataforma Heidelberg se encuentra en aguas profundas y por consiguiente dicha característica se deberá establecer en el programa.

| Casos de estudio | Período medio (Tm) | Longitud de ola (λ) |
|------------------|--------------------|---------------------|
| Caso 1           | 8'25 s             | 106'27 m            |
| Caso 2           | 15 s               | 351'29 m            |
| Caso 3           | 9'25 s             | 133'59 m            |
| Caso 4           | 16'45 s            | 422'49 m            |

Tabla A1. Longitudes de onda para los diferentes casos de estudio.

Conocidas las longitudes de ola, se puede establecer el tamaño del mar que se diseñará en Tdyn. Este como mínimo es del orden de dos veces la longitud de onda, es decir, para el caso 1 el mar debería tener un radio de 212 metros. Sin embargo, para analizarlo con más detalle se tendrá un radio de 3'5 veces la longitud de onda, por lo que en el caso 1 se tiene un valor aproximado de  $r = 370$  metros.

Mientras que, el tamaño de la “playa” (región donde las olas salen difractadas y radiadas por la presencia del cuerpo) es equivalente a seis veces el diámetro del casco de la plataforma. Por consiguiente su valor será aproximadamente  $r = 111$  metros.

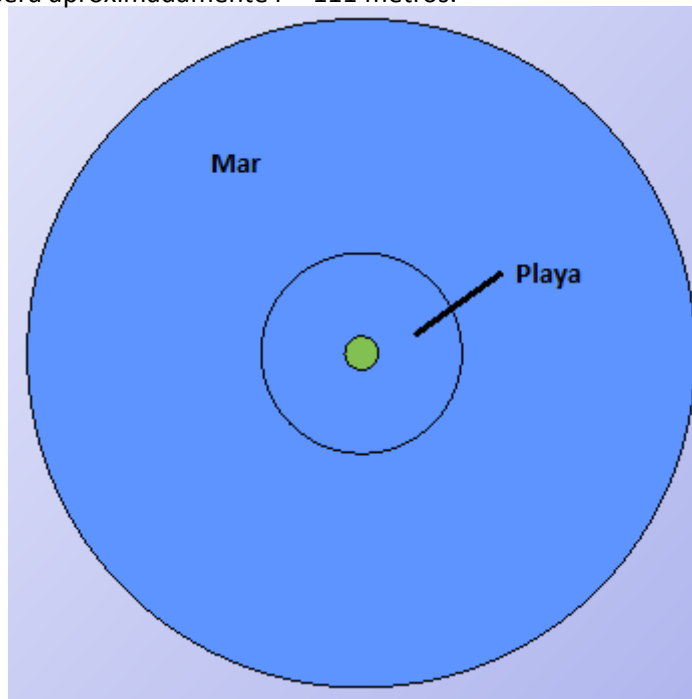


Figura A13. Mar de  $r = 370$  m y playa de  $r = 111$  m.

Así pues, el tamaño de la playa será el mismo para los cuatro casos de estudio ya que depende del diámetro de la plataforma, pero el tamaño del mar será diferente debido a su dependencia con el período de tiempo.

| Casos de estudio | Longitud de ola ( $\lambda$ ) | Tamaño del mar (radio) |
|------------------|-------------------------------|------------------------|
| Caso 1           | 106'27 m                      | 370 m                  |
| Caso 2           | 351'29 m                      | 870 m                  |
| Caso 3           | 133'59 m                      | 370 m                  |
| Caso 4           | 422'49 m                      | 870 m                  |

Tabla A2. Tamaño del mar en los diferentes casos de estudio.

Como se puede observar en la tabla superior, en los casos 2 y 4 debido a la gran longitud de la ola, se tendrá un radio de mar de aproximadamente dos veces dicha longitud, de modo que se logrará disminuir el tamaño del archivo que se generará posteriormente pese a la pérdida de precisión en los resultados.

Es importante tener en cuenta que debido a las grandes dimensiones de la plataforma y el mar, para el análisis del comportamiento en la mar es muy probable que se deba aumentar el tamaño máximo de la malla, así como modificar el "Time data" entre otros parámetros con la finalidad de agilizar el proceso de cálculo del programa, es decir, una mayor precisión implica un mayor tiempo de análisis y un mayor tamaño del archivo generado.



## A1.4 – Definiendo los datos

A continuación se detallará toda la información que se ha insertado en el programa para que pueda calcular el comportamiento en la mar de la plataforma Heidelberg. Para ello se seguirá la siguiente estructura:

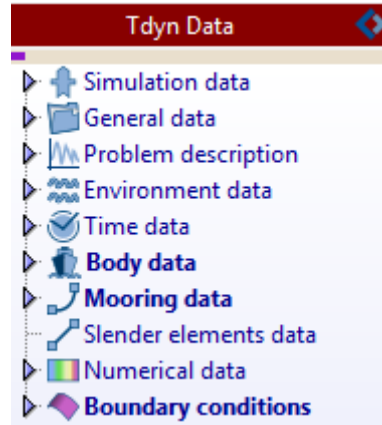


Figura A14. Tdyn data.

### A1.4.1 – “Simulation” y “General data”

La “simulation data” se refiere al tipo de análisis que se realizará, en este caso “seakeeping” o comportamiento en la mar. Además en esta opción también se definen las unidades con las que se trabajará, el sistema de unidades y la gravedad ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ).

Por otra parte está la “general data” en la cual también se determina el tipo de análisis, el dominio temporal con el que se trabaja, las condiciones marinas que afectarán a la plataforma, la densidad del agua y otros datos que no será necesario modificarlos.

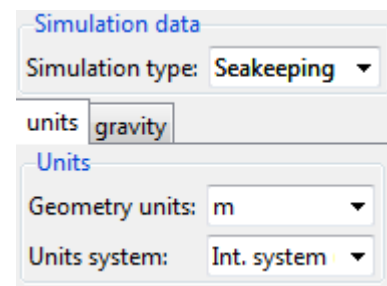


Figura A15. Simulation data.

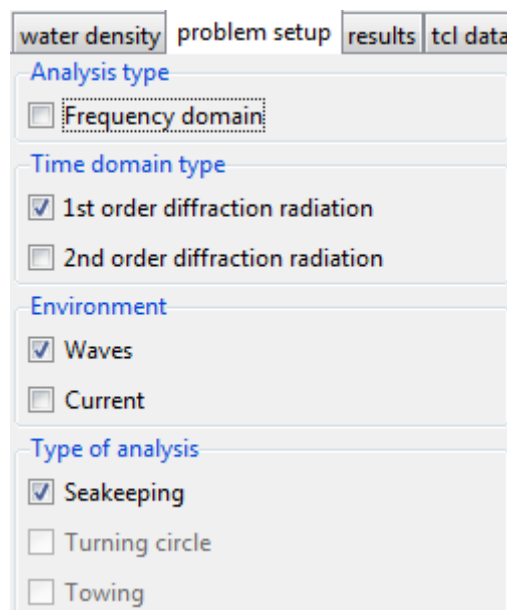


Figura A16. General data.

### A1.4.2 – “Problem description”

En este apartado hay que definir el problema y para ello hay que establecer el tipo de profundidad (aguas profundas si  $H > \frac{1}{2} \cdot \lambda$ ), si habrá absorción de olas para prevenir la reflexión en el eje del dominio computacional, el factor de dicha absorción y el tamaño de la playa previamente definida.

Figura A17. Problem description.

### A1.4.3 – “Environment data”

El “environment” se refiere a las condiciones del entorno marino y en esta pestaña aparecerán las opciones de oleaje y corrientes siempre y cuando se hayan seleccionado previamente los dos tipos (en este caso únicamente aparecerá la opción del oleaje, puesto que no se analizarán las corrientes marinas).

Figura A18. Environment data (caso 1).

Por lo tanto, se debe definir el estado del mar previamente analizado en el capítulo 4, el cual será distinto para cada caso de estudio.

El primer análisis de la plataforma se realizará con olas monocromáticas (misma frecuencia, amplitud y periodo), con la finalidad de observar rápidamente si hay algún error en el diseño de la plataforma. Mientras que el análisis definitivo se realizará con un espectro de olas del tipo Pierson-Moskowitz, en el cuál habrá que rellenar los siguientes campos, los cuales definen el espectro de dicha ola:

Figura A19. Environment data, Pierson Moskowitz.

Puesto que únicamente se dispone del período medio  $T = 8'25$  s, tanto el periodo más corto como más largo se tendrán que calcular. Así pues, se recomienda que estos valores sean:

- $T_{\text{mínimo}} = \frac{T_{\text{medio}}}{2'2}$
- $T_{\text{máximo}} = T_{\text{medio}} \cdot 2'2$

Por lo tanto, para cada caso de estudio se deberá establecer:

|        | $H_s = \frac{1}{2} \cdot H$ (m) | $T_m$ (s) | $T_{\text{mínimo}} = T_m / 2'2$ (s) | $T_{\text{máximo}} = T_m \cdot 2'2$ (s) |
|--------|---------------------------------|-----------|-------------------------------------|---|
| Caso 1 | 0'8875                          | 8'25      | 3'75                                | 18'15                                   |
| Caso 2 | 0'4125                          | 15        | 6'82                                | 33                                      |
| Caso 3 | 1'85                            | 9'25      | 4'2                                 | 20'35                                   |
| Caso 4 | 6'6                             | 16'45     | 7'48                                | 36'19                                   |

Tabla A3. Período mínimo y máximo.

Por otro lado la altura de la ola significativa se define tradicionalmente como la altura media  $H_{\text{media}}$  del tercio mayor de todas las olas ( $H_{1/3}$ ), donde el valor de altura media equivale en este caso a su amplitud. Además, también cabe definir el número de periodos de ola o frecuencias de ola utilizados, el ángulo de propagación de estas olas “mean wave heading”, el sector angular en el que estas olas se propagan “spreading angle” centrado en el ángulo de propagación definido anteriormente y el número de direcciones en el que el sector angular será discretizado. Así pues, el número total de olas utilizado en el análisis será de 25x4 de acuerdo a la anterior imagen (“number of wave periods x number of waves headings”). En el capítulo 4 se define el espectro de Pearson Moskowitz, para facilitar su comprensión.

Finalmente, es importante activar la opción “realization repeatability” para lograr que el mar generado por el programa con el espectro de olas definido, sea el mismo en otras simulaciones. En caso de no activar dicha opción se generará otro mar aleatorio con el mismo espectro. Esta opción por lo tanto permitirá analizar y comparar varios resultados con distintos datos, pero el mismo mar.

#### A1.4.4 – “Time data”

Los valores que se deben insertar en esta pestaña dependen de la potencia del ordenador, la capacidad de almacenaje y del periodo de las olas. En general, por normativa el tiempo de simulación debería ser de 30 minutos, pero puesto que se trata de un proyecto se establecerá un tiempo de 10 minutos. Además puesto que no se dispone de un ordenador muy potente el tiempo en el que se empieza a grabar los datos será más elevado con el fin de no generar un archivo de gran tamaño en términos de memoria.

Figura A20. Time data.

#### A1.4.5 – “Body data”

Esta pestaña hace referencia a todos aquellos datos propios de la plataforma Heidelberg. En esta hay que definir la masa, la posición del centro de gravedad desde un sistema de referencia a elegir, diversas matrices (radio de giro, amortiguamiento, masa e inercia y de restauración hidrostática), los grados de libertad que afectarán a la plataforma, las fuerzas externas y fuerzas locales externas y la posición e velocidad iniciales del cuerpo.



Figura A21. Body data.

Empezando por las propiedades del cuerpo, se necesita conocer la masa, la posición del centro de gravedad y el radio de giro. Puesto que las siguientes propiedades se han calculado previamente o son datos conocidos, únicamente habrá que introducir su valor.

- Centro de gravedad: En el capítulo 3 se ha calculado la posición del centro de gravedad, la cual tiene un valor en coordenadas de (0, 0, 108'15) cogiendo como sistema de referencia la quilla. Sin embargo, el verdadero sistema de referencia se halla al mismo nivel que el mar, por lo tanto la posición del centro de gravedad es de (0, 0, -59'25).

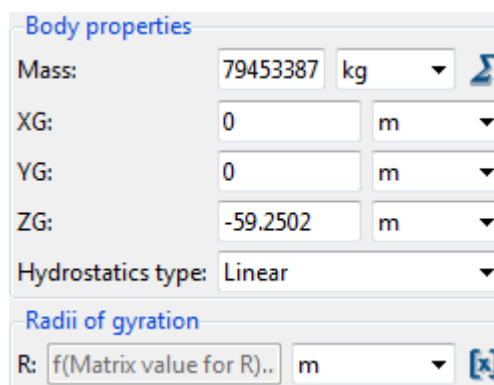


Figura A22. Propiedades del cuerpo.

- Radio de giro: El radio de giro describe la forma en la cual el área transversal o una distribución de masa se distribuye alrededor de su eje centroidal. Dicho parámetro se puede calcular a partir del momento de inercia y de la masa, utilizando la siguiente ecuación:

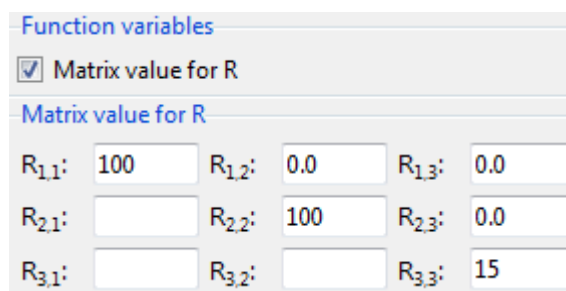


Figura A23. Radio de giro.

$$r_{xx} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{M}}; \quad r_{yy} = \sqrt{\frac{I_{yy}}{M}}; \quad r_{zz} = \sqrt{\frac{I_{zz}}{M}}$$

El radio de giro de la plataforma Heidelberg se ha hallado a partir de los datos de una plataforma semejante. Por consiguiente, una vez establecido su radio de giro y conocida su masa se han podido calcular los momentos de inercia:

$$I_{xx} = M \cdot r_{xx}^2 = 7'94 \cdot 10^{11};$$

$$I_{yy} = M \cdot r_{yy}^2 = 7'94 \cdot 10^{11};$$

$$I_{zz} = M \cdot r_{zz}^2 = 1'78 \cdot 10^{10};$$

Establecidos los momentos de inercia, a continuación hay que definir las matrices de masa añadida, amortiguamiento y restauración hidrostática. En este apartado únicamente se prosigue a su representación (en el [Anexo 2](#) se proseguirá a su definición), con unos valores que no tienen nada que ver con el análisis realizado en este proyecto (dichos valores equivalen a los de una plataforma semejante). Esto se debe a que el propio programa calcula las matrices y no resulta necesario definirlas manualmente, aunque en ciertas ocasiones se recomendaría su inserción manual.

- Matriz de masa e inercia más masa añadida [M+A]

Function variables

☒ Matrix value for I

Matrix value for I

|                    |          |                    |          |                    |          |                    |          |                    |          |                    |          |
|--------------------|----------|--------------------|----------|--------------------|----------|--------------------|----------|--------------------|----------|--------------------|----------|
| I <sub>1,1</sub> : | 76644000 | I <sub>1,2</sub> : | 0.0      | I <sub>1,3</sub> : | 0.0      | I <sub>1,4</sub> : | 0.0      | I <sub>1,5</sub> : | -5053100 | I <sub>1,6</sub> : | 0.0      |
| I <sub>2,1</sub> : | 0.0      | I <sub>2,2</sub> : | 76644000 | I <sub>2,3</sub> : | 0.0      | I <sub>2,4</sub> : | 50531000 | I <sub>2,5</sub> : | 0.0      | I <sub>2,6</sub> : | 0.0      |
| I <sub>3,1</sub> : | 0.0      | I <sub>3,2</sub> : | 0.0      | I <sub>3,3</sub> : | 76644000 | I <sub>3,4</sub> : | 0.0      | I <sub>3,5</sub> : | 0.0      | I <sub>3,6</sub> : | 0.0      |
| I <sub>4,1</sub> : | 0.0      | I <sub>4,2</sub> : | 50531000 | I <sub>4,3</sub> : | 0.0      | I <sub>4,4</sub> : | 75013000 | I <sub>4,5</sub> : | 0.0      | I <sub>4,6</sub> : | 0.0      |
| I <sub>5,1</sub> : | -5053100 | I <sub>5,2</sub> : | 0.0      | I <sub>5,3</sub> : | 0.0      | I <sub>5,4</sub> : | 0.0      | I <sub>5,5</sub> : | 75353000 | I <sub>5,6</sub> : | 0.0      |
| I <sub>6,1</sub> : | 0.0      | I <sub>6,2</sub> : | 0.0      | I <sub>6,3</sub> : | 0.0      | I <sub>6,4</sub> : | 0.0      | I <sub>6,5</sub> : | 0.0      | I <sub>6,6</sub> : | 16539000 |

Figura A24. Matriz de masa e inercia más masa añadida [M+A].

- Matriz de restauración hidrostática [C]

Function variables

☒ Matrix value for R

Matrix value for R

|                    |     |                    |     |                    |          |                    |          |                    |          |                    |     |
|--------------------|-----|--------------------|-----|--------------------|----------|--------------------|----------|--------------------|----------|--------------------|-----|
| R <sub>1,1</sub> : | 0.0 | R <sub>1,2</sub> : | 0.0 | R <sub>1,3</sub> : | 0.0      | R <sub>1,4</sub> : | 0.0      | R <sub>1,5</sub> : | 0.0      | R <sub>1,6</sub> : | 0.0 |
| R <sub>2,1</sub> : | 0.0 | R <sub>2,2</sub> : | 0.0 | R <sub>2,3</sub> : | 0.0      | R <sub>2,4</sub> : | 0.0      | R <sub>2,5</sub> : | 0.0      | R <sub>2,6</sub> : | 0.0 |
| R <sub>3,1</sub> : | 0.0 | R <sub>3,2</sub> : | 0.0 | R <sub>3,3</sub> : | 10921000 | R <sub>3,4</sub> : | 0.0      | R <sub>3,5</sub> : | 0.0      | R <sub>3,6</sub> : | 0.0 |
| R <sub>4,1</sub> : | 0.0 | R <sub>4,2</sub> : | 0.0 | R <sub>4,3</sub> : | 0.0      | R <sub>4,4</sub> : | 30979000 | R <sub>4,5</sub> : | 0.0      | R <sub>4,6</sub> : | 0.0 |
| R <sub>5,1</sub> : | 0.0 | R <sub>5,2</sub> : | 0.0 | R <sub>5,3</sub> : | 0.0      | R <sub>5,4</sub> : | 0.0      | R <sub>5,5</sub> : | 30979000 | R <sub>5,6</sub> : | 0.0 |
| R <sub>6,1</sub> : | 0.0 | R <sub>6,2</sub> : | 0.0 | R <sub>6,3</sub> : | 0.0      | R <sub>6,4</sub> : | 0.0      | R <sub>6,5</sub> : | 0.0      | R <sub>6,6</sub> : | 0.0 |

Figura A25. Matriz de restauración hidrostática [C].

- Matriz de amortiguamiento [B]

Function variables

☒ Matrix value for D

Matrix value for D

|                    |         |                    |         |                    |         |                    |          |                    |          |                    |          |
|--------------------|---------|--------------------|---------|--------------------|---------|--------------------|----------|--------------------|----------|--------------------|----------|
| D <sub>1,1</sub> : | 1814000 | D <sub>1,2</sub> : | 0.0     | D <sub>1,3</sub> : | 0.0     | D <sub>1,4</sub> : | 0.0      | D <sub>1,5</sub> : | 0.0      | D <sub>1,6</sub> : | 0.0      |
| D <sub>2,1</sub> : | 0.0     | D <sub>2,2</sub> : | 1814000 | D <sub>2,3</sub> : | 0.0     | D <sub>2,4</sub> : | 0.0      | D <sub>2,5</sub> : | 0.0      | D <sub>2,6</sub> : | 0.0      |
| D <sub>3,1</sub> : | 0.0     | D <sub>3,2</sub> : | 0.0     | D <sub>3,3</sub> : | 7123000 | D <sub>3,4</sub> : | 0.0      | D <sub>3,5</sub> : | 0.0      | D <sub>3,6</sub> : | 0.0      |
| D <sub>4,1</sub> : | 0.0     | D <sub>4,2</sub> : | 0.0     | D <sub>4,3</sub> : | 0.0     | D <sub>4,4</sub> : | 96000000 | D <sub>4,5</sub> : | 0.0      | D <sub>4,6</sub> : | 0.0      |
| D <sub>5,1</sub> : | 0.0     | D <sub>5,2</sub> : | 0.0     | D <sub>5,3</sub> : | 0.0     | D <sub>5,4</sub> : | 0.0      | D <sub>5,5</sub> : | 96000000 | D <sub>5,6</sub> : | 0.0      |
| D <sub>6,1</sub> : | 0.0     | D <sub>6,2</sub> : | 0.0     | D <sub>6,3</sub> : | 0.0     | D <sub>6,4</sub> : | 0.0      | D <sub>6,5</sub> : | 0.0      | D <sub>6,6</sub> : | 10000000 |

Figura A26. Matriz de amortiguamiento [B].

Otro dato que aparece en las propiedades del cuerpo son los grados de libertad que se quieren analizar. En este caso, puesto que el espectro de olas Pierson-Moskowitz afecta a todos los grados de libertad en mayor o menor cantidad, se deberán tener en cuenta los seis grados de libertad.

Por otro lado, en la plataforma Heidelberg no hay ninguna fuerza externa que se deba añadir, pero debido a que el programa de cálculo numérico realiza su propio cálculo de la masa de la estructura a partir del volumen sumergido del diseño de la plataforma y este valor difiere en pequeña medida del valor de masa establecido manualmente, se debe añadir una fuerza externa (siempre y cuando haya una diferencia entre masas) en el eje de coordenadas Z con la finalidad de compensar este “defecto”, además de una fuerza extra equivalente al peso del fondeo:

$$(mass \cdot gravity) - (volume \cdot density \cdot gravity) + Peso_{fondeo}$$

Donde el primer paréntesis corresponde a la masa establecida manualmente y el segundo a los datos con los que Tdyn realiza el cálculo propio de su masa.

Debido a que el resto de datos de la plataforma son nulos, no se han definido. Dichos datos corresponden a las pestañas restantes, los cuales son las cargas locales externas y la posición e velocidad iniciales de la plataforma.

#### A1.4.6 – “Mooring data”

Debido a la complejidad de definir las líneas de amarre de acero-poliéster-acero con el programa Tdyn, dichas líneas se han definido utilizando únicamente un material, en este caso el poliéster ya que es el predominante en la mayor parte de su longitud. Esto implicará ciertas diferencias en los resultados esperados, ya que las propiedades de las líneas no serán exactamente las mismas. Así pues, lo primero es definir los datos de la cuerda de poliéster:

Mooring element

Type of mooring: Catenary

Length: 2670 m

Area: 0.05067 m<sup>2</sup>

Young modulus: 3000 MPa

Effective weight: 472.842 N/m

End A: Cadena 9 Inic

End B: Cadena 9 Fin

Figura A27. Características principales del poliéster.

Definidos los datos de la cuerda de poliéster, se prosigue a continuación a la identificación de los puntos de conexión (iniciales y finales) en coordenadas cartesianas de cada una de las líneas de amarre, de modo que “End A” se refiere al punto inicial en contacto con el casco de la plataforma y “End B” se refiere al punto final o anclaje en el fondo marino. Puesto que la separación entre líneas es de 120º, para hallar el punto exacto en coordenadas tanto para los valores en el eje X como en el eje Y, hay que utilizar constantemente el teorema de Pitágoras.

| Número de cadena y ángulo | Inicio                | Final                      |
|---------------------------|-----------------------|----------------------------|
| Cadena 1 – (85º)          | (1.61, 18.43, -50)    | (132.47, 1514.11, -1615)   |
| Cadena 2 – (90º)          | (0, 18.5, -50)        | (0, 1519.9, -1615)         |
| Cadena 3 – (95º)          | (-1.61, 18.43, -50)   | (-132.47, 1514.11, -1615)  |
| Cadena 4 – (205º)         | (-16.76, -7.82, -50)  | (-1377.5, -642.34, -1615)  |
| Cadena 5 – (210º)         | (-16.02, -9.25, -50)  | (-1316.27, -759.95, -1615) |
| Cadena 6 – (215º)         | (-15.15, -10.61, -50) | (-1245.03, -871.78, -1615) |
| Cadena 7 – (325º)         | (15.15, -10.61, -50)  | (1245.03, -871.78, -1615)  |
| Cadena 8 – (330º)         | (16.02, -9.25, -50)   | (1316.27, -759.95, -1615)  |
| Cadena 9 – (335º)         | (16.76, -7.82, -50)   | (1377.5, -642.34, -1615)   |

Tabla A4. Puntos de conexión de las líneas de amarre en coordenadas.

Cabe recordar que el sistema de referencia de dichas coordenadas se halla al mismo nivel del mar ( $z = 0$ ) y del centro de la plataforma ( $x$  e  $y = 0$ ), es decir, SR = (0, 0, 0).

#### A1.4.7 – “Slender elements data”

Mediante el uso de esta herramienta se pueden representar los elementos delgados de la plataforma utilizando la ecuación de Morison (Capítulo 3). Para ello simplemente hay que identificar el cuerpo con el que dichos elementos se unirán, es decir la plataforma. Luego hay que identificar el diámetro y el área de estos elementos así como su coeficiente de masa añadida y coeficiente de arrastre no lineal. Y finalmente se identifica sus puntos de conexión inicial y final mediante coordenadas.

Element

Body: Plataforma

Diameter: 1.6 m

Section area: 2.01062 m<sup>2</sup>

Cm: 1.6

Cd: 2

Cv: 0.0

Cf: 0.0

Cl: 0.0

☒ Virtual element

Initial point: 16.683 , 1.4985 , -70.65

End point: 1.4985 , 16.683 , -97.475

Figura A28. Elemento delgado 1.



Puesto que la plataforma presenta 3 secciones y se conoce que cada sección tiene 8 elementos delgados, el número total de elementos delgados cilíndricos es de 24. Estos elementos, al igual que en el sistema de amarre tienen dos puntos de conexión (inicial y final), por lo que también habrá que hallar su valor en coordenadas.

| Elementos delgados  | Inicio                      | Final                       |
|---------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Elemento delgado 1  | (16.683, 1.4985, -70.65)    | (1.4985, 16.683, -97.475)   |
| Elemento delgado 2  | (16.683, 1.4985, -99.925)   | (1.4985, 16.683, -126.37)   |
| Elemento delgado 3  | (16.683, 1.4985, -128.82)   | (1.4985, 16.683, -155.75)   |
| Elemento delgado 4  | (1.4985, 16.683, -70.65)    | (16.683, 1.4985, -97.475)   |
| Elemento delgado 5  | (1.4985, 16.683, -99.925)   | (16.683, 1.4985, -126.37)   |
| Elemento delgado 6  | (1.4985, 16.683, -128.82)   | (16.683, 1.4985, -155.75)   |
| Elemento delgado 7  | (-1.4985, -16.683, -70.65)  | (-16.683, -1.4985, -97.475) |
| Elemento delgado 8  | (-1.4985, -16.683, -99.925) | (-16.683, -1.4985, -126.37) |
| Elemento delgado 9  | (-1.4985, -16.683, -128.82) | (-16.683, -1.4985, -155.75) |
| Elemento delgado 10 | (-16.683, -1.4985, -70.65)  | (-1.4985, -16.683, -97.475) |
| Elemento delgado 11 | (-16.683, -1.4985, -99.925) | (-1.4985, -16.683, -126.37) |
| Elemento delgado 12 | (-16.683, -1.4985, -128.82) | (-1.4985, -16.683, -155.75) |
| Elemento delgado 13 | (16.683, -1.4985, -70.65)   | (1.4985, -16.683, -97.475)  |
| Elemento delgado 14 | (16.683, -1.4985, -99.925)  | (1.4985, -16.683, -126.37)  |
| Elemento delgado 15 | (16.683, -1.4985, -128.82)  | (1.4985, -16.683, -155.75)  |
| Elemento delgado 16 | (1.4985, -16.683, -70.65)   | (16.683, -1.4985, -97.475)  |
| Elemento delgado 17 | (1.4985, -16.683, -99.925)  | (16.683, -1.4985, -126.37)  |
| Elemento delgado 18 | (1.4985, -16.683, -128.82)  | (16.683, -1.4985, -155.75)  |
| Elemento delgado 19 | (-1.4985, 16.683, -70.65)   | (-16.683, 1.4985, -97.475)  |
| Elemento delgado 20 | (-1.4985, 16.683, -99.925)  | (-16.683, 1.4985, -126.37)  |
| Elemento delgado 21 | (-1.4985, 16.683, -128.82)  | (-16.683, 1.4985, -155.75)  |
| Elemento delgado 22 | (-16.683, 1.4985, -70.65)   | (-1.4985, 16.683, -97.475)  |
| Elemento delgado 23 | (-16.683, 1.4985, -99.925)  | (-1.4985, 16.683, -126.37)  |
| Elemento delgado 24 | (-16.683, 1.4985, -128.82)  | (-1.4985, 16.683, -155.75)  |

Tabla A5. Puntos de conexión de los elementos delgados en coordenadas.



#### A1.4.8 – “Boundary conditions”

También hay que definir las condiciones de contorno de la plataforma. Por ello, básicamente hay que identificar las distintas partes del mar y playa definidos anteriormente. Dichas partes se tratan de la “free surface” o superficie libre, el “outlet” o lateral y el “bottom” o fondo.

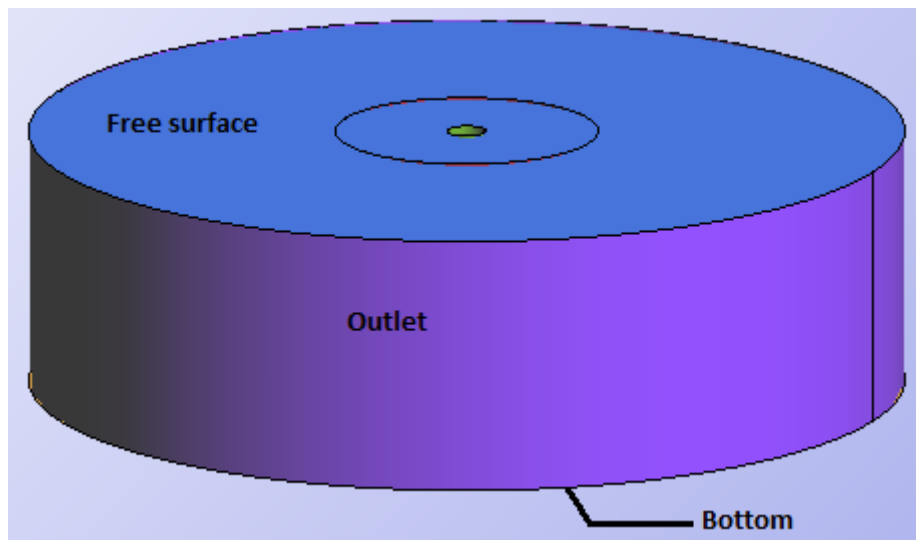


Figura A29. Boundary conditions.

#### A1.4.9 – Capas de identificación

Finalmente para identificar las distintas partes del diseño, se distribuyen las diversas líneas y superficies en capas de distinto color. Este paso resulta de gran utilidad ya que cualquier modificación en el diseño puede ser realizada con facilidad desactivando simplemente las capas que no se deben modificar.

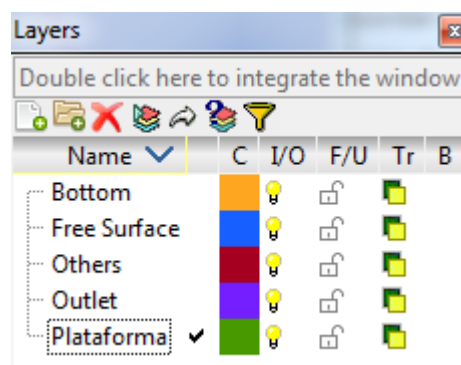


Figura A30. Capas de identificación.

### A1.5 – Definiendo la malla “mesh”

La definición de la malla es una parte fundamental para el análisis del comportamiento en la mar. Esta debe tener unas dimensiones previamente estudiadas debido a que una mala definición puede provocar unos resultados imprecisos o erróneos. Así pues, para definirla se han seguido los criterios que establece el *manual de usuario SeaFEM*, los cuales son básicamente:

- El tamaño de la malla no debería ser superior a  $\lambda/5$ .
- Se recomienda que el tamaño sea de  $\lambda/10$

Partiendo de estos criterios se ha proseguido a la división de la malla del caso 1 en tres partes, cada una de ellas con un tamaño diferente correspondiente a sus dimensiones.

| Tamaño de los elementos |     |
|-------------------------|-----|
| Plataforma              | 2'5 |
| Playa                   | 10  |
| Mar                     | 12  |

Tabla A6. Tamaño de la malla (caso 1).

Definidos los tamaños de las distintas partes finalmente se establece el máximo tamaño para un elemento y se prosigue a la generación y al análisis de la evolución de la malla:

- Máximo tamaño para un elemento = 12
- Número de elementos triangulares = 37.528
- Número de elementos tetraedros = 608.481
- Número de nodos = 111.056

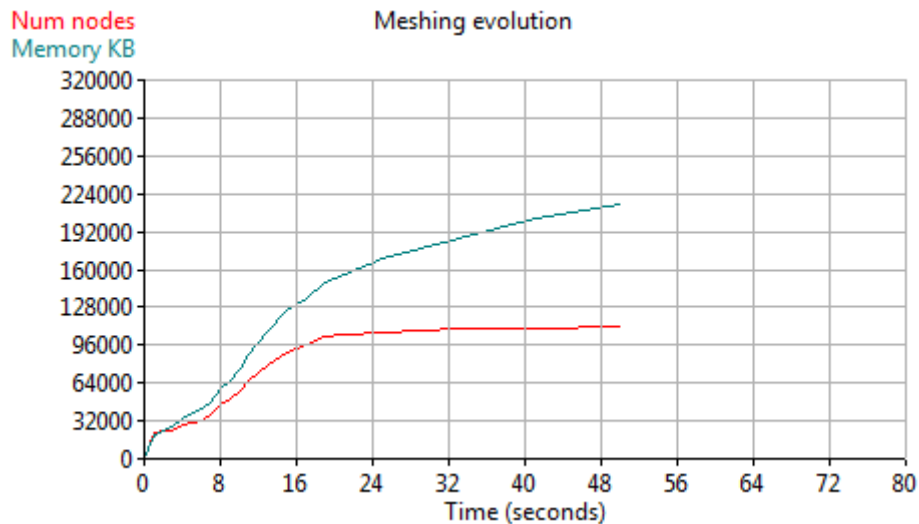


Figura A31. Evolución de la malla (caso 1).

En la gráfica superior se puede apreciar la memoria en KB que se requiere para almacenar el tamaño de la malla generada y el número de nodos generado, ambas en función del tiempo.

Cabe decir que a mejor sea el procesador del ordenador más rápido se diseñará la malla, y por lo tanto se podrá definir reducir su tamaño con el fin de ganar precisión en los resultados.

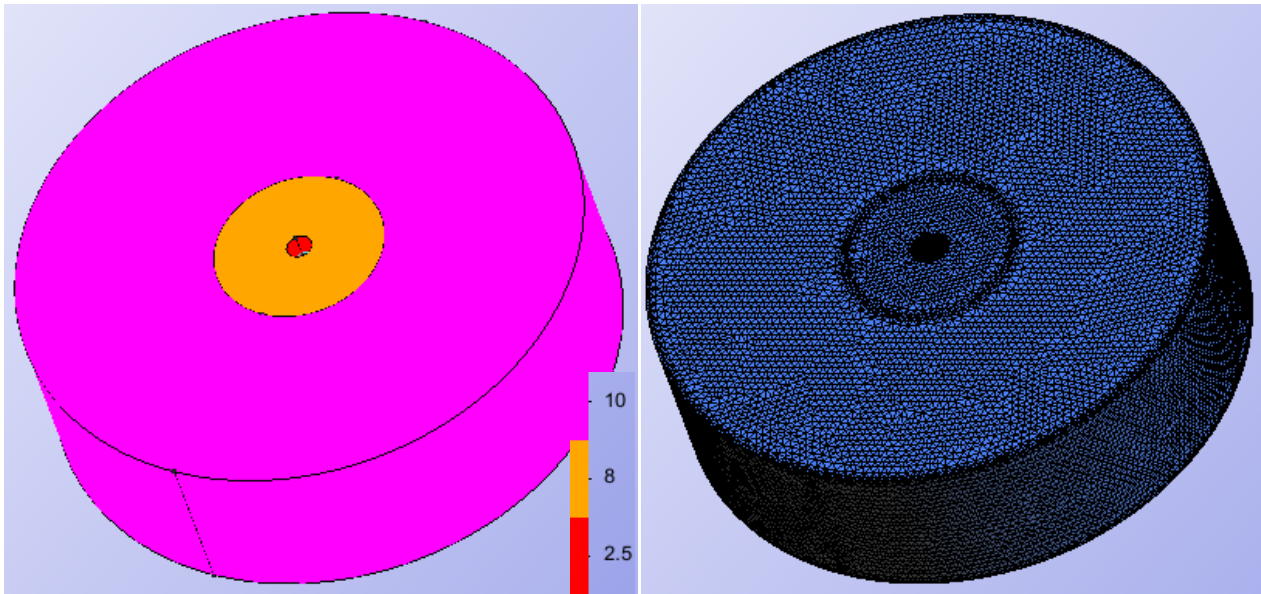


Figura A32. Aspecto de la malla con sus tamaños respectivos (caso 1).

Como se ha dicho anteriormente, el tamaño del mar varía en función de los casos de estudio, por lo tanto cada caso de estudio tendrá tamaño de malla diferente. Así pues:

- El caso 3 tendrá una malla del mismo tamaño que el caso 1.
- El caso 2 y 4 tendrán el mismo tamaño de malla debido a su igual tamaño del mar.

| Caso 3     | Tamaño de los elementos |
|------------|-------------------------|
| Plataforma | 2'5                     |
| Playa      | 10                      |
| Mar        | 12                      |

| Caso 2 y 4 | Tamaño de los elementos |
|------------|-------------------------|
| Plataforma | 2'5                     |
| Playa      | 12                      |
| Mar        | 20                      |

Tabla A7. Tamaño de la malla (caso 1, 2, 3 y 4).

Además del tamaño de las mallas definidos anteriormente, es muy probable que durante el avance del proyecto se vayan modificando con la finalidad de poder comparar varios resultados con una mayor o menor precisión.

## Anexo 2. Conceptos teóricos

En el presente anexo se detallan los conceptos teóricos principales que deben tenerse en cuenta antes de realizar el análisis del comportamiento en la mar. Dichos conceptos se encuentran en un orden progresivo de modo que se empiezan definiendo los más básicos y a continuación los más complejos. Entre ellos destaca la teoría de las olas, la ecuación de Morison y la ecuación del movimiento.

### A2.1 – Definición de los movimientos, grados de libertad

El primer concepto importante cuando se habla de estructuras flotantes, consiste en la definición de sus movimientos. Así pues, los movimientos se pueden dividir básicamente en:

- Movimientos en fase con la frecuencia de las olas (WF).
- Movimientos de bajas frecuencias (LF).
- Movimientos de altas frecuencias (HF).

Los movimientos WF y HF son de origen no viscoso, mientras que los efectos viscosos suelen relacionarse con los movimientos LF.

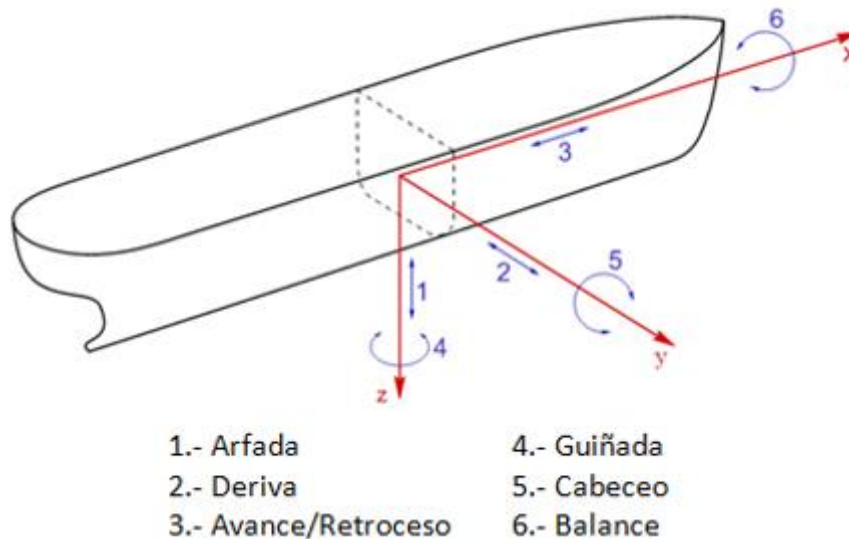


Figura A33. Movimientos en los seis grados de libertad.

Por otro lado, como se puede observar en la imagen superior, tanto las plataformas offshore como las embarcaciones presentan seis grados de libertad, donde el movimiento de Arfada corresponde al “Heave”, la Deriva al “Sway”, el Avance o Retroceso al “Surge”, la Guiñada al “Yaw”, el Cabeceo al “Pitch” y el Balance al “Roll”.

## A2.2 – Entorno marino, asunciones básicas

### A2.2.1 – Potencial de velocidad

Para el análisis del comportamiento en la mar se asumirá que el agua del mar es incompresible y no viscosa, mientras que por otro lado el movimiento del fluido es irrotacional. Por consiguiente, el potencial de velocidad se puede utilizar para describir el vector de velocidad del fluido  $\mathbf{V}(x, y, z, t) = (u, v, w)$  en un tiempo  $t$  y en un punto  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  con un sistema de coordenadas cartesiano fijado en el espacio.

$$\mathbf{V} = \nabla\phi = \mathbf{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}$$

Donde  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  y  $\mathbf{k}$  son vectores unitarios a lo largo de los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente. Dicho potencial de velocidad se utiliza para el análisis de fluidos irrotacionales, por lo que se debe cumplir que el vector de vorticidad sea cero en cualquier parte del fluido.

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{V}$$

Además, debido a la incompresibilidad del agua, el potencial de velocidad debe satisfacer la ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$$

Así pues, el problema matemático de hallar el potencial de velocidad del movimiento de un fluido irrotacional e incompresible consiste en la solución de la ecuación de Laplace con unas condiciones de contorno relevantes.

### A2.2.2 – Ecuación de Bernoulli

La presión viene de la ecuación de Bernoulli. Si asumimos que el eje  $z$  es vertical y positivo hacia arriba, se puede escribir:

$$p + \rho gz + \rho \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2} \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} = C$$

Donde  $C$  es una función arbitraria en el tiempo. Esta ecuación es cierta para un fluido inestable, irrotacional y no viscoso. Además también se asume que la única fuerza externa es la gravedad y que el nivel de la superficie libre corresponde a  $z = 0$ .

### A2.2.3 – Condición de contorno cinemática

Para un cuerpo fijo en un fluido en movimiento se tiene que la condición de contorno del cuerpo es:

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0 \quad \text{en la superficie del cuerpo}$$

Esta ecuación expresa impermeabilidad. Además, si el cuerpo se está moviendo a una velocidad  $\mathbf{U}$ , esta ecuación:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \text{ en la superficie del cuerpo}$$

Donde  $\mathbf{U}$  puede ser cualquier tipo de velocidad del cuerpo. Para un cuerpo rígido se incluyen efectos de traslación y rotatorios, lo cual significa que  $\mathbf{U}$  puede ser diferente para diferentes puntos en la superficie del cuerpo.

Antes de formular la condición de superficie libre cinemática, cabe recordar el significado de la derivada sustancial  $DF/Dt$  de una función  $F(x, y, z, t)$ . Esto expresa el porcentaje de cambio en el tiempo de la función  $F$  si se sigue una partícula en el espacio.

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla F$$

Donde  $\mathbf{V}$  es la velocidad del fluido en el punto  $(x, y, z)$  en el tiempo  $t$ .

Por ejemplo, si definimos la superficie libre como:

$$z = \zeta(x, y, t)$$

Donde  $\zeta$  es la elevación de la ola. Se puede definir la función:

$$F(x, y, z, t) = z - \zeta(x, y, t) = 0$$

Una partícula del fluido en la superficie libre se asume que permanece en la superficie libre, lo cual significa que siempre satisface la ecuación anterior y que  $DF/Dt = 0$ . Por lo que la siguiente condición de contorno se aplica en la superficie libre:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(z - \zeta(x, y, t)) + \nabla \phi \cdot \nabla(z - \zeta(x, y, t)) &= 0 \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0 \text{ en } z = \zeta(x, y, t) \end{aligned}$$

#### A2.2.4 – Condición de superficie libre dinámica

Dicha condición simplemente se refiere a que la presión del agua es equivalente a la presión atmosférica en la superficie libre. Si la constante  $C$  en la ecuación de Bernoulli es  $p_0/\rho$ , y se mantiene sin movimiento de fluido:

$$g\zeta + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = 0$$

Esta condición de superficie libre no es lineal. Sin embargo, linealizando dicha condición se puede simplificar el problema, y pese a ello se sigue obteniendo suficiente información. En el caso de las plataformas offshore, en el estudio de las interacciones entre las olas lineales y los movimientos lineales inducidos por olas, la condición de superficie libre dependerá de la presencia de corriente. Puesto que en este caso no hay corriente, se asumirá que esta es nula.

La teoría lineal dice que el potencial de velocidad es proporcional a la amplitud de la ola (valido si la amplitud es pequeña en relación con la longitud de ola y las dimensiones del cuerpo). Así pues, manteniendo los términos lineales, se encuentra de las ecuaciones anteriores:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{en } z = 0 \quad (\text{Condición cinemática})$$

$$g\zeta + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad \text{en } z = 0 \quad (\text{Condición dinámica})$$

Y combinando estas ecuaciones:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = 0$$

Cuando el potencial de velocidad está oscilando armónicamente en el tiempo con una frecuencia circular  $\omega$ , se puede escribir la ecuación como:

$$-\omega^2 \phi + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = 0$$

### A2.2.5 – Teoría de la ola, aguas profundas

Asumiendo un lecho marino horizontal y una superficie libre de una extensión horizontal infinita, se puede derivar la teoría de la ola lineal (teoría de Airy) para olas en propagación. Así pues, la condición de superficie libre se utiliza junto a la ecuación de Laplace y la condición del lecho marino:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = -h$$

Donde  $h$  es la profundidad. Asumiendo que el potencial de velocidad se puede representar como un producto de funciones donde cada una depende de una variable independiente (es decir, se utiliza el método de la separación de variables para solucionar la ecuación de Laplace). La siguiente solución satisface la ecuación de Laplace:

$$\phi = e^{kz} (A \cdot \cos kx + B \cdot \sin kx) \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

Donde **A**, **B** y  **$\alpha$**  son constantes arbitrarias. Además existen otras soluciones proporcionales a  $e^{-kz}$ ,  $\cos kz$  y  $\sin kz$ . Sin embargo, se pueden despreciar mientras no haya ninguna perturbación del fluido cuando  $z = -\infty$ .



Figura A34. Características de la ola – Fuente: [6]

Así pues, de la teoría de la ola regular junto con las condiciones de contorno y otras suposiciones (agua del mar incompresible, no viscosa,...), se obtienen varias ecuaciones tanto para aguas poco profundas como aguas profundas. En este caso únicamente se muestran las correspondientes a aguas profundas.

| Aguas profundas                          |  |
|--|--|
| Potencial de velocidad                   | $\phi = \frac{g\zeta_a}{w} e^{kz} \cdot \cos(\omega t - kx)$ |
| Relación de dispersión                   | $\frac{w^2}{g} = k$  |
| Relación entre longitud de ola y periodo | $\lambda = \frac{gT^2}{2\pi}$                                |
| Perfil de ola                            | $\zeta = \zeta_a \cdot \sin(\omega t - kx)$                  |
| Presión dinámica                         | $p_D = \rho g \zeta_a e^{kz} \cdot \sin(\omega t - kx)$      |
| Componente-x de velocidad                | $u = w \zeta_a e^{kz} \cdot \sin(\omega t - kx)$             |
| Componente-z de velocidad                | $w = w \zeta_a e^{kz} \cdot \cos(\omega t - kx)$             |
| Componente-x de aceleración              | $a_1 = w^2 \zeta_a e^{kz} \cdot \cos(\omega t - kx)$         |
| Componente-z de aceleración              | $a_3 = -w^2 \zeta_a e^{kz} \cdot \sin(\omega t - kx)$        |

Tabla A8. Ecuaciones para la propagación de olas regulares sinusoidales en aguas profundas.

Donde  $T$  es el periodo de ola,  $\lambda$  es la longitud de ola y  $\zeta_a$  es la amplitud de ola. Además:

- La presión total en el fluido:  $p_T = p_D - \rho g z + p_o$
- $w = 2\pi/T$
- $k = 2\pi/\lambda$

#### A2.2.6 – Descripción estadística de las olas

En la práctica, la teoría lineal se utiliza para simular un mar irregular y obtener estimaciones estadísticas de las olas. Así pues, se conoce que la elevación de la ola de un largo mar irregular propagándose a través del eje  $x$  se puede escribir como una suma de sus componentes de ola:

$$\zeta = \sum_{j=1}^N A_j \sin(\omega_j t - k_j x + \epsilon_j)$$

Donde  $A_j$ ,  $\omega_j$ ,  $k_j$  y  $\epsilon_j$  son respectivamente la amplitud de la ola, frecuencia circular, número de ola y el ángulo de fase de un componente de ola, el cual está distribuido uniformemente entre 0 y  $2\pi$  y es constante en el tiempo.

La amplitud de la ola  $A_j$  se puede expresar por un espectro de olas  $S(\omega)$ :

$$\frac{1}{2} A_j^2 = S(\omega) \cdot \Delta\omega$$

Donde  $\Delta\omega$  es una diferencia constante entre frecuencias sucesivas. El espectro de olas se puede estimar a través de la medición de las olas asumiendo que se puede describir el mar como un proceso estacionario aleatorio, lo cual significa en la práctica que el mar se puede mantener en estado estacionario en un periodo de tiempo comprendido entre media y diez horas.



A partir de aquí, se recomienda calcular el espectro de olas según el criterio establecido por varias asociaciones. Por ejemplo, la ITTC (International Towing Tank Conference) recomienda utilizar la formulación espectral de ISSC (International Ship and Offshore Structures Congress) para un mar completamente desarrollado:

$$\frac{S(w)}{H_{1/2}^2 \cdot T_1} = \frac{0'11}{2\pi} \cdot \left(\frac{w \cdot T_1}{2\pi}\right)^{-5} \cdot \exp\left[-0'44 \cdot \left(\frac{w \cdot T_1}{2\pi}\right)^{-4}\right]$$

Donde  $H_{1/2}$  es la altura significativa de la ola y  $T_1$  es el periodo de ola medio definido como:

$$T_1 = 2\pi \cdot m_0/m_1$$

Este espectro de olas es el espectro **Pierson-Moskowitz**.

### A2.3 – Respuestas en olas regulares

Puesto que se pueden obtener resultados de un mar irregular a partir de la superposición de resultados de componentes de ola regular, se puede desde un punto de vista hidrodinámico, analizar una estructura en olas regulares sinusoidales. Para ello se asume que la plataforma está en estado estacionario, lo cual implica que los movimientos dinámicos en la estructura oscilan armónicamente con la misma frecuencia que las cargas del oleaje que excitan la estructura.

El problema hidrodinámico en olas regulares se divide normalmente en dos sub-problemas:

- Cargas hidrodinámicas cuando se fuerza la oscilación y no inciden olas (masa añadida, amortiguación, y restauración).
- Cargas hidrodinámicas cuando se restringe la oscilación e inciden olas conocidas como “wave excitation loads” (Froude-Kriloff, fuerzas y momentos de difracción).

Debido a la linealidad, los dos sub-problemas se pueden juntar para dar las fuerzas hidrodinámicas totales.

Antes de entrar en detalle es necesario definir el sistema de coordenadas y los movimientos del cuerpo rígido, así se puede definir el movimiento en cualquier punto del cuerpo como:

$$\mathbf{s} = \eta_1 \mathbf{i} + \eta_2 \mathbf{j} + \eta_3 \mathbf{k} + \mathbf{w} \times \mathbf{r}$$

Donde  $\mathbf{X}$  simboliza un producto vectorial entre  $\mathbf{w}$  y  $\mathbf{r}$ :

$$\mathbf{w} = \eta_4 \mathbf{i} + \eta_5 \mathbf{j} + \eta_6 \mathbf{k}; \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

Donde  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  son los movimientos “surge, sway & heave” respectivamente,  $\eta_4, \eta_5, \eta_6$  son los movimientos “roll, pitch & yaw” e  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  son vectores unitarios a lo largo del eje x, y, z. Lo cual significa:

$$\mathbf{s} = (\eta_1 + z\eta_5 - y\eta_6)\mathbf{i} + (\eta_2 - z\eta_4 + x\eta_6)\mathbf{j} + (\eta_3 + y\eta_4 - x\eta_5)\mathbf{k}$$

### A2.3.1 – Masa añadida y amortiguamiento

La masa añadida y el amortiguamiento son fuerzas y momentos hidrodinámicos estacionarios, que se producen debido al movimiento armónico forzado del cuerpo rígido. Por consiguiente, en este caso no hay olas incidentes, sino que el movimiento forzado de la estructura genera olas. Además dicho movimiento también genera distintas presiones en la superficie del cuerpo, de modo que integrando estas fuerzas de presión sobre la superficie del cuerpo se obtienen las fuerzas y momentos resultantes en el cuerpo.

Así pues, definiendo las fuerzas como  $F_1, F_2, F_3$  (equivalente a  $F_x, F_y, F_z$  respectivamente) y los momentos como  $F_4, F_5, F_6$ , se puede escribir que la masa añadida y el amortiguamiento debido al movimiento armónico  $\eta_j$  es:

$$F_k = -A_{kj} \frac{d^2 \eta_j}{dt^2} - B_{kj} \frac{d\eta_j}{dt}$$

Donde  $A_{kj}$  y  $B_{kj}$  son la masa añadida y amortiguamiento respectivamente. Existen un total de 36 coeficientes en ambos casos, pero si la estructura no se mueve (velocidad = 0) y la parte sumergida tiene un plano de simetría vertical, la mitad de ellos son cero. Dichos coeficientes dependen de muchos factores como la forma de la estructura, la velocidad de avance de esta, las corrientes marinas,...

Definiendo de un modo más sencillo los anteriores conceptos:

El **“added mass” o masa añadida**, es la inercia añadida al sistema debido al desplazamiento de un cuerpo por un fluido. Es decir, para acelerar un cuerpo en un fluido se requiere de más fuerza que para acelerarlo en el vacío, y por lo tanto, dado que la fuerza es igual a la masa por la aceleración se puede pensar en una fuerza adicional en términos de masa añadida imaginaria.

El **“damping” o amortiguamiento**, se define como la capacidad de un sistema o cuerpo para disipar energía cinética en otro tipo de energía. Dicho de otro modo se encarga de reducir, restringir o impedir las oscilaciones del sistema o cuerpo.

### A2.3.2 – Fuerzas y momentos de restauración

Una fuerza de restauración se encarga de otorgar el equilibrio a un sistema físico. Es decir, si el sistema es perturbado, dicha fuerza hará que vuelva al equilibrio. Así pues, cuando un cuerpo está flotando libremente se puede escribir:

$$F_k = -C_{kj} \eta_j$$

Donde  $C_{kj}$  define los coeficientes de restauración. Los únicos coeficientes que no son cero para el volumen sumergido de un cuerpo con el plano de simetría x-z son  $C_{33}, C_{35}, C_{53}, C_{44}, C_{55}$ . Por otra parte, si la estructura está amarrada hay que considerar fuerzas de restauración adicionales.

### A2.3.3 – “Wave excitation loads”

En este caso, las fuerzas y momentos se generan debido a la interacción entre las olas incidentes y la estructura, cuando esta no se fuerza a oscilar. Así pues, la presión que se generan se puede dividir en dos efectos:

- En el primero la presión es inducida por las olas no perturbadas. Así pues, la fuerza generada debido al correspondiente campo de presiones se denomina Froude-Kriloff.
- En el segundo aparece una fuerza debido a que la estructura cambia el campo de presiones. Estas son las fuerzas de difracción y se pueden hallar de un modo similar a los coeficientes de masa añadida y amortiguamiento.

#### A2.3.4 – Ecuación de Morison

Como se ha visto, el problema interacción oleaje-estructura es de gran complejidad y resulta por ello común que se realicen idealizaciones y simplificaciones permitiendo llevar a cabo un estudio con un cierto grado de incertidumbre. En este campo aparecen las ecuaciones de Morison, con el objetivo de tener una predicción de la interacción del oleaje sobre cuerpos con una geometría esbelta, permitiendo la estimación de las fuerzas originadas por el fluido pero con una serie de limitaciones.

La idea básica de esta ecuación es que las fuerzas originadas por el oleaje puedan ser divididas en dos términos. El primero de ellos es proporcional a la aceleración del fluido, mientras que el segundo es proporcional al cuadrado de la velocidad. Estas fuerzas se ajustan en función de unos coeficientes empíricos que dependen de la rugosidad y la geometría de los elementos. Además, los términos de masa e inercia son idénticos a los obtenidos con la teoría potencial, mientras que los términos relacionados con la viscosidad se incorporan junto con el término cuadrático.

Así pues, las fuerzas a las que está sometido un elemento esbelto pueden descomponerse en:

$$F = F_D + F_M + F_L$$

Donde  $F_D$  son las fuerzas de arrastre generadas por la componente normal de la velocidad del flujo. Estas fuerzas son proporcionales al cuadrado de la velocidad y la magnitud está dada por el coeficiente de arrastre  $C_D$  (depende de la geometría del elemento esbelto):

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}; \quad U = \text{velocidad media flujo}; \quad A = \text{Área}$$

$F_M$  son las fuerzas de inercia generadas por la componente normal a la aceleración del flujo. Estas pueden formularse en función del coeficiente de inercia, el cual depende también de la masa añadida:

$$C_M = \frac{F_M}{\frac{1}{2}\rho a V}; \quad a = \text{aceleración flujo}; \quad V = \text{volumen}$$

Y  $F_L$  son las fuerzas de sustentación orientadas normales al vector de velocidad y al eje principal del elemento esbelto. Si la mayoría de los elementos de la estructura son esbeltos, este coeficiente es nulo:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 S}; \quad S = \text{superficie característica}$$

Como ya se ha mencionado anteriormente, cuando se linealizan las fuerzas generadas por la excitación de oleaje regular sobre una estructura esbelta cilíndrica, aparecen dos fuerzas. Las fuerzas debidas al campo de presiones denominadas Froude-Kriloff junto con la componente de difracción debida a la

alteración de este campo de presiones por la propia presencia del cuerpo y las fuerzas y momentos generados por los efectos viscosos del fluido sobre la estructura.

Así pues, si se considera un fluido en un campo de velocidades  $U(x, y, z, t)$  oscilatorio en una de las direcciones, la fuerza actuante en el fluido es:

$$F = \frac{D(\rho U)}{Dt} = \frac{\rho dU}{dt} + \nabla \frac{1}{2} \rho U^2$$

Esta fuerza corresponde a la de un cuerpo libre de pequeño tamaño. Además, existen multiplicadores numéricos que permiten ajustar los valores de fuerza (el coeficiente de arrastre e inercia), por lo que si un cuerpo tiene una longitud  $L$ :

$$F = \rho C_M V \frac{dU}{dt} + \frac{1}{2} \rho C_D \frac{V}{L} U^2$$

Donde  $V$  es el volumen del cuerpo y el coeficiente de inercia se puede expresar como  $C_M = 1 + C_A$ , donde  $C_A$  es el coeficiente de masa añadida. Así pues, se observa que el primer término engloba las fuerzas del campo de presiones mientras que el segundo contiene las fuerzas netas debidas al gradiente de presión.

Puesto que esta teoría está basada en la consideración del flujo potencial, solo es válida para cilindros que penetran en la superficie libre y con una longitud de ola superior a 5 veces el diámetro ( $\lambda > 5D$ ). Por lo tanto, la fuerza total linealizada por unidad de longitud ejercida por las olas de superficie sinusoidales sobre elementos, conocida como ecuación de Morison se puede expresar como:

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho D \cdot (l x U x l) \cdot |l x U x l| + C_M \rho S \cdot (l x a x l)$$

Donde  $U$  es el vector columna de velocidad del fluido,  $a$  es el vector columna de aceleración del fluido y  $l$  es el vector columna de cosenos directores que definen al posición del elemento dentro del sistema de referencia global.

#### A2.3.5 – Ecuación del movimiento, RAOs

Una función de transferencia (en inglés RAO “response amplitude operator”) es un modelo matemático que a través de un cociente relaciona la respuesta de un sistema con la señal de entrada o excitación. Se puede definir como:

*“La función de transferencia de un sistema lineal e invariante en el tiempo, se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada, bajo la suposición de que las condiciones iniciales son nulas”.*

De esta manera, la relación que describe la función de transferencia  $H(w)$ , para una frecuencia  $w$ :

$$H(w) = \frac{Y(w)}{X(w)}$$

Donde  $X(w)$  es la amplitud de la señal de entrada, e  $Y(w)$  es la amplitud de la señal de salida, ambas para la frecuencia  $w$  considerada.

Las RAOs de una plataforma, son funciones de transferencia que relacionan la excitación que produce un oleaje de una frecuencia determinada, con los movimientos que se producen en la plataforma. Estrictamente hablando las RAOs de una plataforma solo pueden determinarse cuando pueden

relacionarse sus movimientos con las excitaciones del oleaje mediante una ecuación de movimiento lineal para cada ola monocromática.

$$[M + A(w)] \cdot \ddot{x} + B(w) \cdot \dot{x} + C \cdot x = F(w)$$

Donde **X** es el vector de los grados de libertad de movimiento de la plataforma (arfada, deriva, avance, guiñada, cabeceo y balance), **M** es la matriz de masa e inercia, **A(w)** es la matriz de masa añadida, **B(w)** es la matriz de amortiguamiento lineal, **C** es la matriz de restauración hidrostática y **F(w)** es la fuerza de excitación armónica, proporcional a la altura de la ola  $\eta$ . Tanto la masa añadida como el amortiguamiento, son fuerzas que aparecen debidas al movimiento forzado de la estructura.

Esta ecuación puede resolverse para obtener:

$$RAO(w) = \frac{x}{\eta} = \frac{|F(w)|}{C - [M + A(w)] \cdot w^2 + i \cdot B(w) \cdot w}$$

A partir del conocimiento de las RAOs para las diferentes olas monocromáticas, es posible determinar el efecto que un determinado estado de la mar tendrá en el movimiento de la plataforma. Para ello, solo hay que tener en cuenta que un mar determinado puede descomponerse en una suma discreta de olas monocromáticas, y que la respuesta del sistema lineal será solo la suma de las respuestas a cada una de las olas monocromáticas.

### A2.3.6 – Definición de las matrices de la ecuación del movimiento

Para resolver el sistema de ecuaciones anterior es preciso definir la matriz de masa e inercia, de masa añadida, de amortiguamiento y de restauración hidrostática.

- Matriz de masa e inercia [M+A]

La definición más genérica de la matriz de masa e inercia es:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_g & my_G & I_{44} & I_{45} & I_{46} \\ mz_G & 0 & -mx_G & I_{54} & I_{55} & I_{56} \\ -my_G & mx_G & 0 & I_{64} & I_{65} & I_{66} \end{bmatrix}$$

La mayor parte de las plataformas offshore presentan simetría longitudinal en la dirección popa-proa, haciendo que las matrices sean simétricas. Por ello, cuando se presenta simetría longitudinal y/o transversal los siguientes productos de inercia se anulan:

$$I_{45} = I_{54} = I_{56} = I_{65} = 0 \quad \text{Simetría longitudinal}$$

$$I_{46} = I_{64} = 0 \quad \text{Simetría transversal}$$

Puesto que únicamente se considerará el casco de la plataforma, esta tendrá simetría longitudinal y transversal. Además, si se define como sistema de referencia las coordenadas del centro de gravedad de la plataforma  $(x_G, y_G, z_G) = (0, 0, 0)$ , la matriz de masa e inercia quedaría:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{66} \end{bmatrix}$$

- Matriz de masa añadida [A] y amortiguamiento [B]

El concepto de masa añadida hace referencia a un fenómeno físico que se da en cuerpos flotantes que se mueven en un fluido (en este caso agua de mar). Este provoca una mayor resistencia al movimiento (aceleración) que la debida únicamente a la masa física del cuerpo, debido a que, para moverse, debe acelerar también las partículas de fluido a su alrededor. Por lo que la masa añadida se interpreta como la fuerza adicional necesaria para producir una aceleración unitaria en el objeto flotante.

Así pues, el coeficiente de masa añadida depende de la geometría del cuerpo y de la clase de movimiento o aceleración al que se someta.

La manera más sencilla de trabajar con estos coeficientes es en forma matricial, definiendo matrices en las que los coeficientes se ordenan en función de los seis grados de libertad del cuerpo. Por lo que el tamaño de las matrices son de 6x6. Para la obtención de estas matrices es necesario recurrir a manuales o programas específicos.

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 & A_{15} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{42} & 0 & A_{44} & 0 & 0 \\ A_{51} & 0 & 0 & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}$$

Por otra parte, la amortiguación es la capacidad de un cuerpo o sistema para disipar energía cinética en otro tipo de energía. Generalmente las fuerzas de radiación no están en fase con las olas, por lo que se consideran los coeficientes de amortiguación en fase con la velocidad del fluido.

Al igual que la matriz de masa añadida, esta también es de 6x6 debido a sus a los grados de libertad del cuerpo.

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 & 0 & B_{15} & 0 \\ 0 & B_{22} & 0 & B_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{42} & 0 & B_{44} & 0 & 0 \\ B_{51} & 0 & 0 & 0 & B_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix}$$

En ambas matrices sus valores dependen de la velocidad de encuentro, la forma, la frecuencia de oscilación, la profundidad,... Aunque se pueden simplificar siempre y cuando se cumplan los siguientes requisitos:

1. Si la velocidad es nula, la mitad de los coeficientes son nulos
2. Ante ausencia de corrientes, las matrices son simétricas;  $A_{jk} = A_{kj}$  y  $B_{jk} = B_{kj}$ .

Tanto los coeficientes de la matriz de masa añadida como la matriz de amortiguamiento varían en función del periodo de la ola. Además cabe remarcar que para la plataforma Heidelberg ambas matrices presentan el mismo patrón.

- Matriz de restauración hidrostática [C]

La matriz de coeficientes de restauración hidrostática cuantifica las fuerzas y momentos hidrostáticos sobre la estructura (efectos de naturaleza lineal). Por otro lado, las líneas de amarre son un efecto no lineal que en ocasiones se pueden cuantificar de un modo sencillo e introducir en la matriz de fuerzas de restauración.

Cogiendo como plano de simetría el plano x-z para un volumen sumergido, los únicos coeficientes no nulos para un cuerpo son:

$$\begin{aligned}
 C_{33} &= \rho g A_{WP} \\
 C_{35} &= C_{53} = -\rho g \int \int x \, ds \\
 C_{44} &= \rho g \int \int y^2 \, ds + \rho g \nabla (z_B - z_G) = \rho g V \overline{GM}_T \\
 C_{55} &= \rho g \int \int x^2 \, ds + \rho g \nabla (z_B - z_G) = \rho g V \overline{GM}_L
 \end{aligned}$$

Donde  $A_{WP}$  es el área de flotación,  $V$  es el volumen desplazado de agua,  $z_G$  y  $z_B$  son las coordenadas respecto al eje z del centro de gravedad y de flotación.  $\overline{GM}_T$  es la altura metacéntrica transversal y  $\overline{GM}_L$  es la altura metacéntrica longitudinal. Por lo tanto, queda que la matriz de restauración hidrostática de la plataforma Heidelberg tiene la siguiente forma:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por otra parte, para una estructura amarrada se deben considerar fuerzas de restauración adicionales. Sin embargo, el efecto a lo largo del sistema de amarre es generalmente muy pequeño y dichas fuerzas de restauración se pueden despreciar. Aun así, en casos especiales, como por ejemplo para grandes longitudes de olas, estas fuerzas no se deberían despreciar.

- Matriz de la ecuación del movimiento

Conocidas las formas de las diversas matrices y sustituyendo estas en la ecuación del movimiento:

$$\begin{bmatrix} m + A_{11} & 0 & 0 & 0 & A_{15} & 0 \\ 0 & m + A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m + A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{42} & 0 & I_{44} + A_{44} & 0 & 0 \\ A_{51} & 0 & 0 & 0 & I_{55} + A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{66} + A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \\ \ddot{x}_5 \\ \ddot{x}_6 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 & 0 & B_{15} & 0 \\ 0 & B_{22} & 0 & B_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{42} & 0 & B_{44} & 0 & 0 \\ B_{51} & 0 & 0 & 0 & B_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix}$$

Como resultado se observa que los movimientos están acoplados, es decir, el avance “surge” con el cabeceo “pitch” y la deriva “sway” con el balance “roll”. Los movimientos de arfada “heave” y guiñada “yaw” son grados de libertad independientes.

Por lo tanto, la ecuación anterior se puede reducir en cuatro ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} m + A_{11} & A_{15} \\ A_{51} & I_{55} + A_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{15} \\ B_{51} & B_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m + A_{22} & A_{42} \\ A_{24} & I_{44} + A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{22} & B_{42} \\ B_{24} & B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$[m + A_{33}] \cdot \ddot{x}_3 + B_{33} \cdot \dot{x}_3 + C_{33} \cdot x_3 = X_3$$

$$[I_{66} + A_{66}] \cdot \ddot{x}_6 + B_{66} \cdot \dot{x}_6 = X_6$$



## A2.4 – Otros conceptos teóricos

### 2.4.1 – Efecto VIV (vortex-induced vibration)

En dinámica de fluidos, la vibración inducida por vórtices son movimientos inducidos en cuerpos que interactúan externamente con un flujo, producidos por irregularidades periódicas en el flujo.

El clásico ejemplo para analizar este efecto consiste en sumergir un cilindro en un fluido y desplazarlo a través de dicho fluido. Así pues, conociendo que el fluido real tiene viscosidad, el flujo que circula alrededor del cilindro verá reducir su velocidad debido al contacto con la superficie de este, formando la capa límite. Llegados a un punto, esta capa se separará del cuerpo debido a su excesiva curvatura, lo cual provocará la formación de vórtices y cambiará la distribución de las presiones a lo largo de la superficie. Cuando estos vórtices no se forman simétricamente alrededor del cuerpo, aparecen diferentes fuerzas de sustentación a cada lado del cuerpo conduciéndolo a un movimiento transversal.

Tal efecto, se manifiesta en muchas ramas de la ingeniería, como por ejemplo, en puentes, líneas de transmisión, estructuras offshore, intercambiadores de calor, cables de amarre,... y supone una importante fuente de daño por fatiga.

### 2.4.2 – Corriente del Golfo de México

La corriente del Golfo es una de las corrientes más importantes del planeta, pues sus efectos contribuyen a moderar y suavizar el rigor del clima de las regiones litorales del norte europeo. Esta corriente procedente del golfo de México alcanza el Noroeste de Europa, donde baña previamente la costa americana hasta el cabo de Hatteras. Fluye en dirección noreste desde el estrecho de Florida a la región de los Grandes Bancos, al este y al sur de Terranova.

En su trayectoria desde el Golfo de México hasta el Ártico transporta aguas cálidas hasta el Atlántico Norte, cediendo en su largo camino una buena parte de su energía térmica. Las aguas templadas son menos pesadas que las aguas frías, por lo que el viaje hacia el noreste lo hace como agua superficial. Una vez superada la latitud de Noruega, se funde formando una corriente de retorno muy profunda hasta el Océano Índico.

Esta corriente alcanza una profundidad de 100 metros y una anchura de más de 1000 kilómetros en gran parte de su trayectoria. Se desplaza a 1,8 metros por segundo con un caudal de unos 80 millones de metros cúbicos por segundo. En el estrecho que separa Florida de las Bahamas y Cuba, tiene una anchura de 80 kilómetros y una profundidad de 640 metros. En la superficie la temperatura es de 25°C y la corriente circula a una velocidad media de 5 kilómetros al día.

El origen de la corriente del Golfo proviene de dos corrientes ecuatoriales, la del norte que fluye hacia el oeste a lo largo del trópico de Cáncer y la del sur que fluye desde las costas del suroeste africano hacia Sudamérica y luego hacia el norte hasta el Caribe. La fusión de ambas corrientes con una cierta cantidad de agua del Golfo de México forma la corriente del Golfo.

## Anexo 3. Recopilación de las respuestas

En el presente anexo se prosigue a la recopilación de las respuestas en movimientos y de las respuestas del sistema de amarre de la plataforma Heidelberg. Dichas respuestas se han obtenido a través de la herramienta de cálculo numérico Tdyn – SeaFEM, para los cuatro casos de estudio establecidos en el capítulo 4.

Así pues, a continuación se representan las gráficas e imágenes correspondientes a los resultados, así como sus valores máximos y mínimos cuyos datos se agruparán en tablas.

### A3.1 – Mar generado y olas difractadas/radiadas

#### A3.1.1 – Caso 1 ( $H_s = 0'8875$ m; $T_m = 8'25$ s)

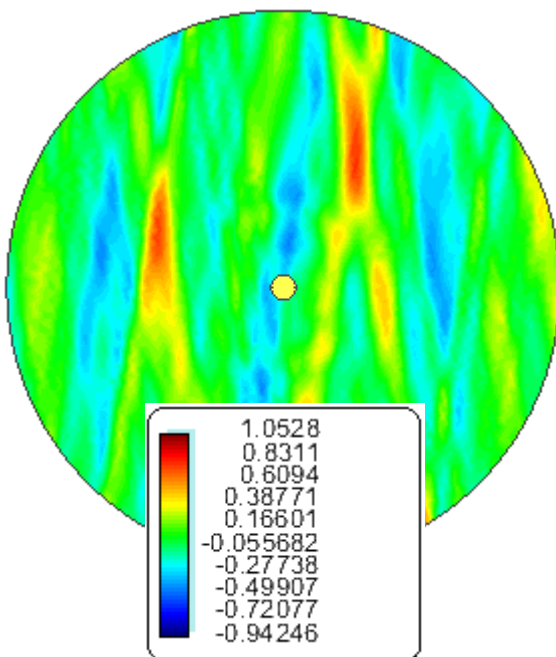


Figura A36. Elevación de las olas en metros ( $T = 8:10$ min).

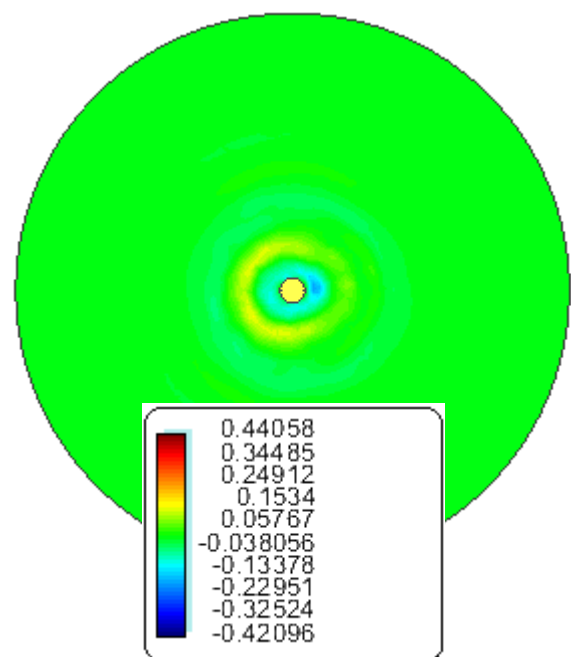


Figura A35. Disipación de las olas en metros ( $T = 5:10$  min).

**A3.1.2 – Caso 2 ( $H_s = 0'4125$  m;  $T_m = 15$  s)**

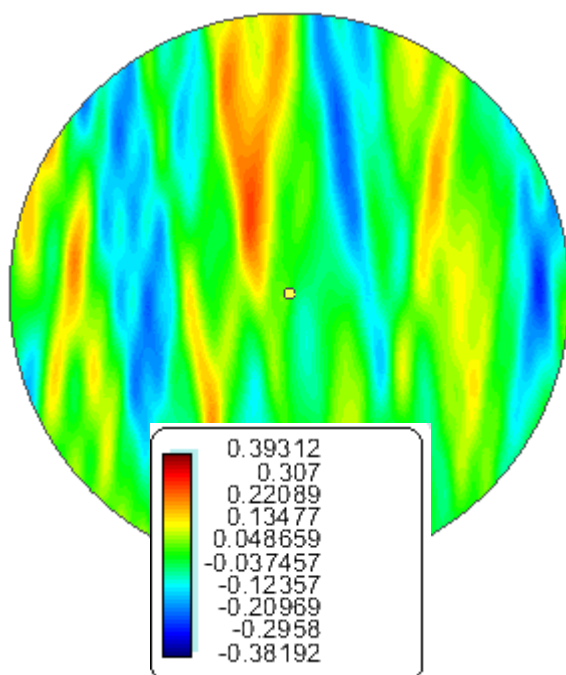


Figura A38. Elevación de las olas en metros ( $T = 5:30$ min).

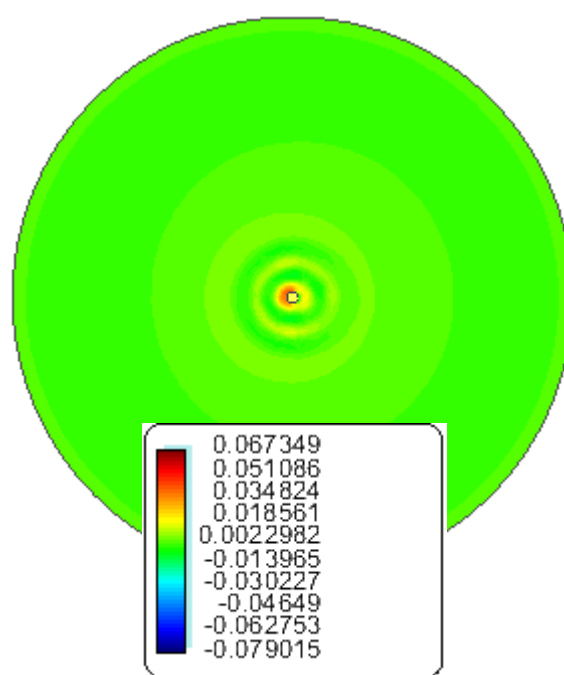


Figura A37. Disipación de las olas en metros ( $T = 5:10$  min).

**A3.1.3 – Caso 3 ( $H_s = 1'85$  m;  $T_m = 9'25$  s)**

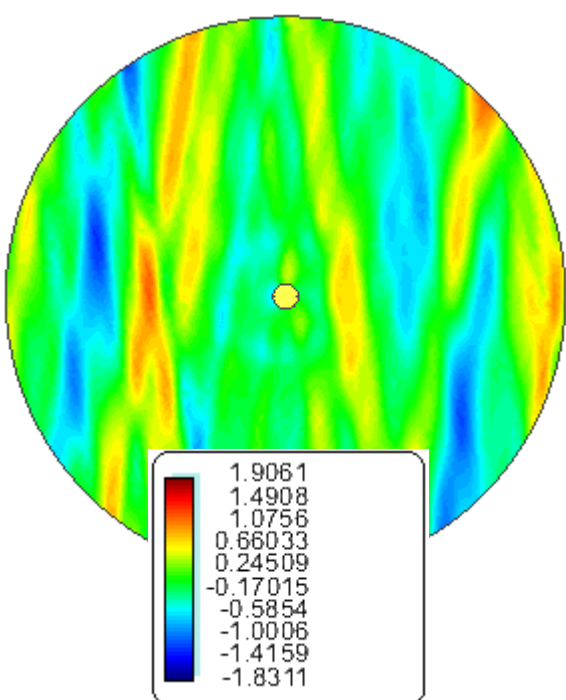


Figura A40. Elevación de las olas en metros ( $T = 5:50$ min).

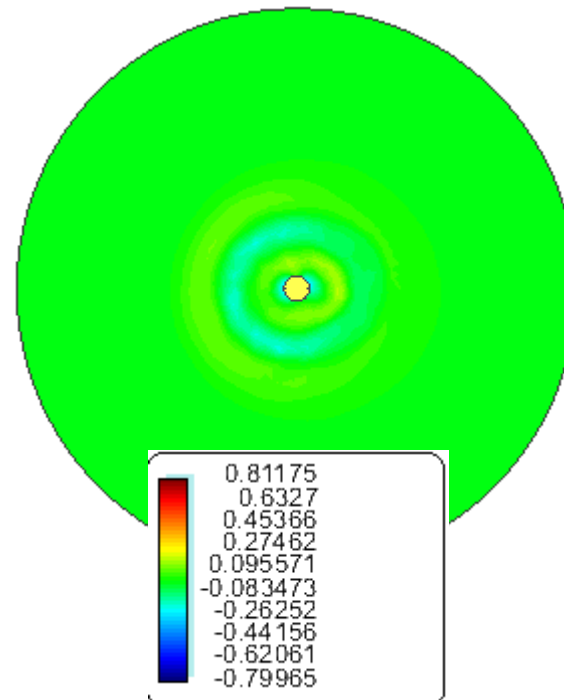


Figura A39. Disipación de las olas en metros ( $T = 5:50$  min).

**A3.1.4 – Caso 4 ( $H_s = 6'6$  m;  $T_m = 16'45$  s)**

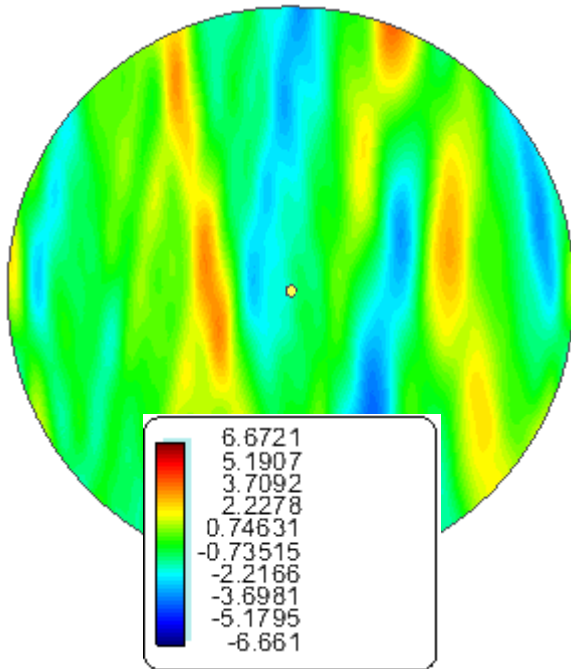


Figura A42. Elevación de las olas en metros ( $T = 9:48$ min).

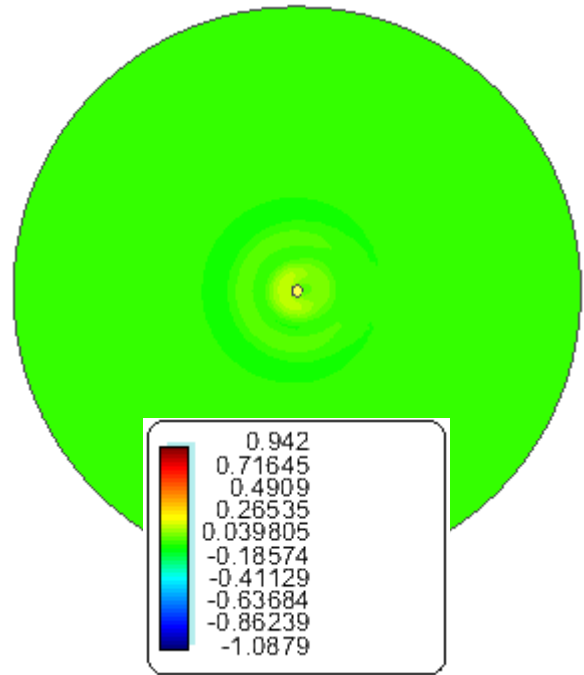


Figura A41. Disipación de las olas en metros ( $T = 9:48$  min).

**A3.1.5 – Tabla máximos y mínimos**

|               |          | Elevación de la ola (m) | Difracción/radiación (m) |
|---------------|----------|-------------------------|--------------------------|
| <b>Caso 1</b> | Máx.     | 1'0528                  | 0'4405                   |
|               | Mín.     | -0'9424                 | -0'4209                  |
|               | Promedio | 0'0552                  | 0'0098                   |
| <b>Caso 2</b> | Máx.     | 0'3931                  | 0'0673                   |
|               | Mín.     | -0'3819                 | -0'079                   |
|               | Promedio | 0'0056                  | -0'0058                  |
| <b>Caso 3</b> | Máx.     | 1'9061                  | 0'8117                   |
|               | Mín.     | -1'8311                 | -0'7996                  |
|               | Promedio | 0'0375                  | 0'006                    |
| <b>Caso 4</b> | Máx.     | 6'6721                  | 0'942                    |
|               | Mín.     | -6'661                  | -1'0879                  |
|               | Promedio | 0'0055                  | 0'0729                   |

Tabla A9. Elevación y disipación de las olas, máximos y mínimos.

A3.2 – Presión dinámica y total

A3.2.1 – Ejemplo, caso 2

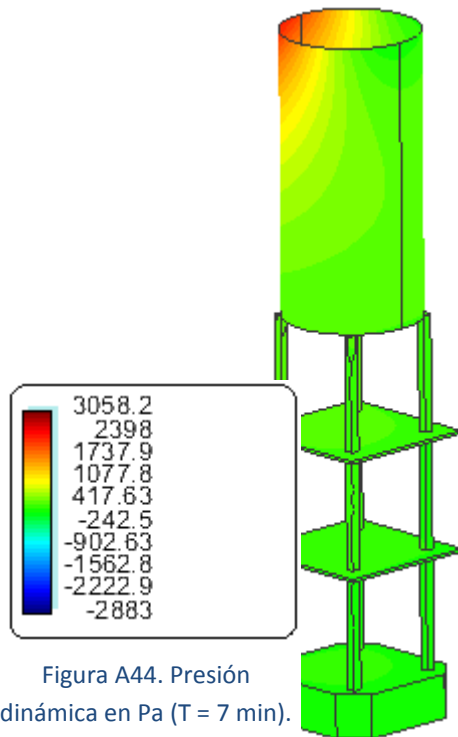


Figura A44. Presión dinámica en Pa (T = 7 min).

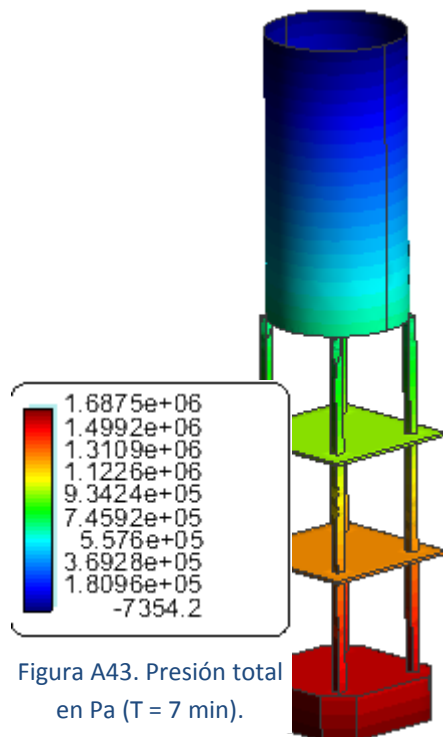


Figura A43. Presión total en Pa (T = 7 min).

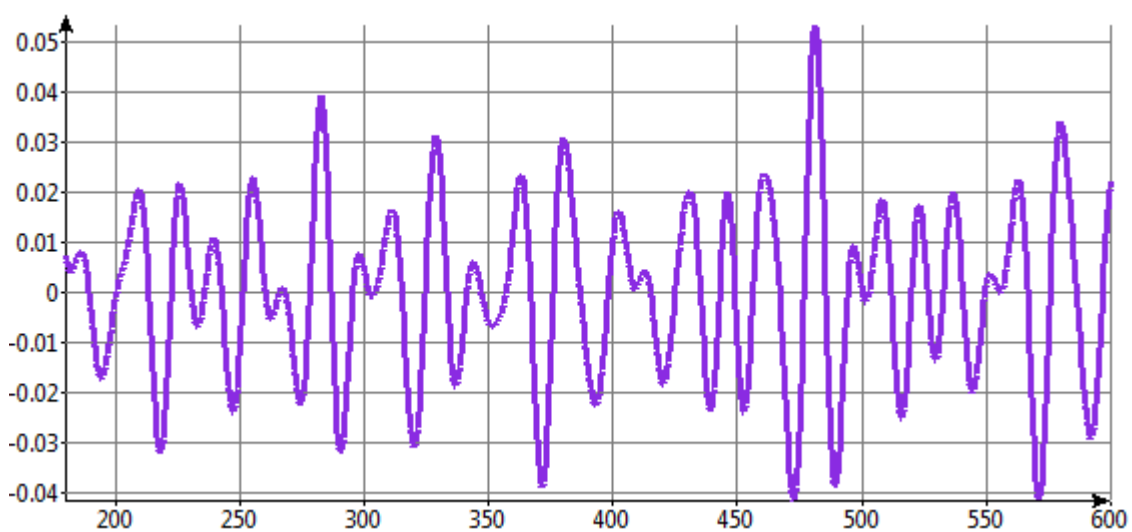
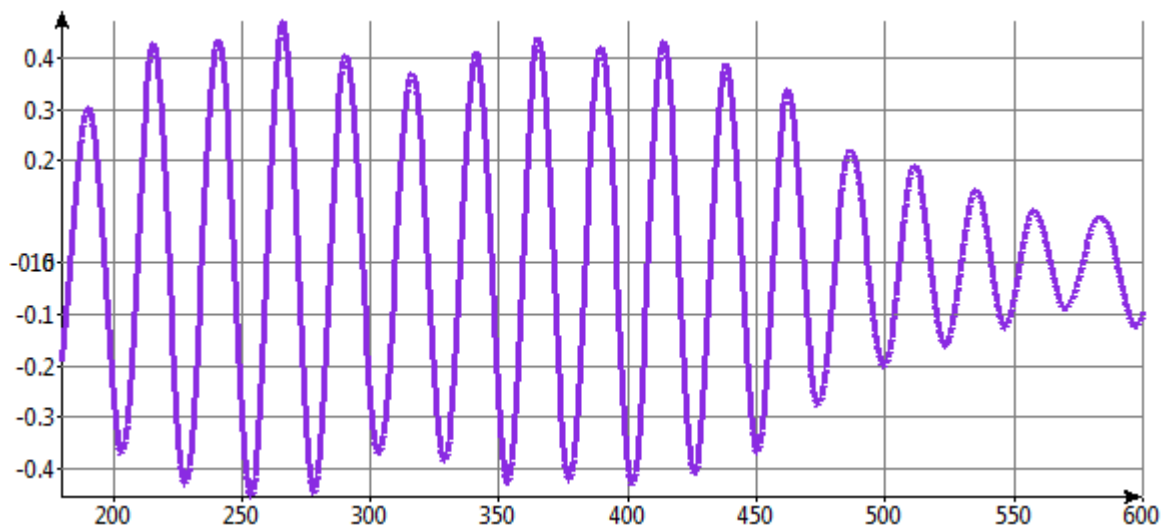
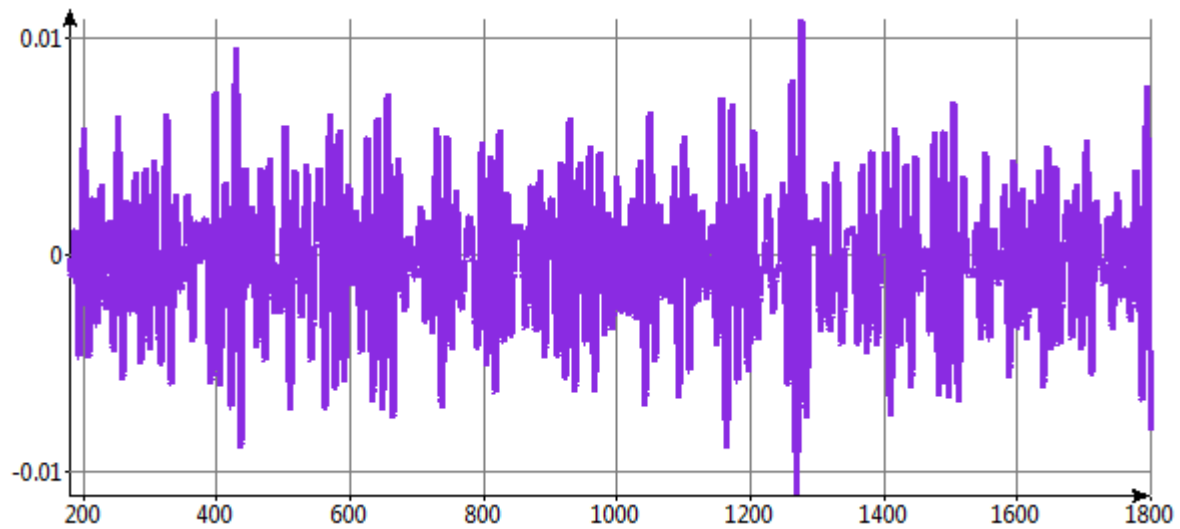
A3.2.2 – Tabla máximos y mínimos

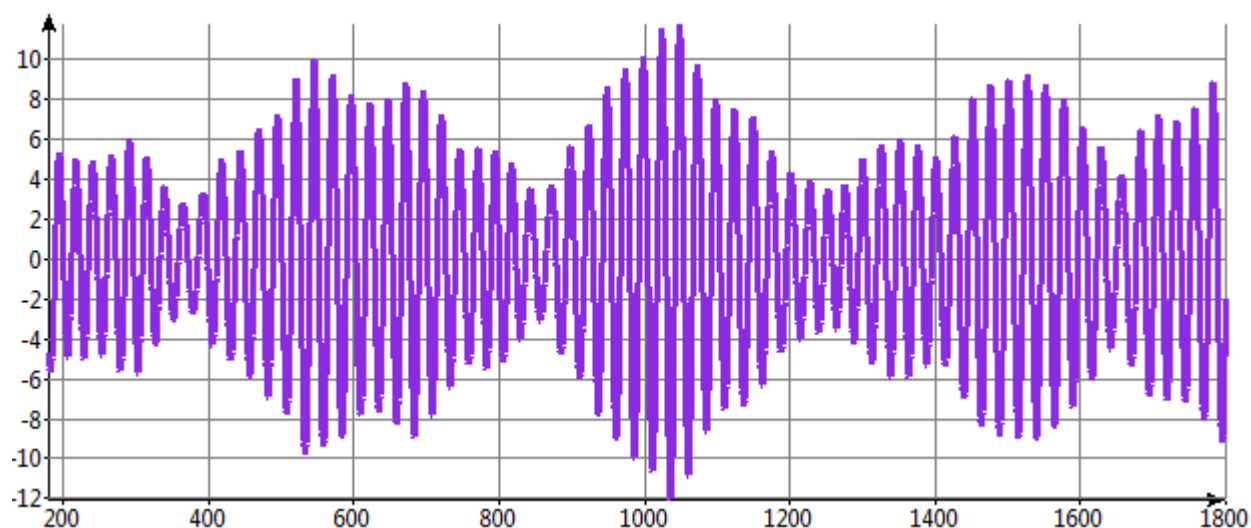
|        |      | Presión dinámica (Pa) | Presión total (Pa)     |
|--------|------|-----------------------|------------------------|
| Caso 1 | Máx. | 10.886                | 1'6832·10 <sup>6</sup> |
|        | Mín. | -11.021               | ≈ P <sub>atm</sub>     |
| Caso 2 | Máx. | 3.058                 | 1'6875·10 <sup>6</sup> |
|        | Mín. | -2.883                | ≈ P <sub>atm</sub>     |
| Caso 3 | Máx. | 19.250                | 1'6836·10 <sup>6</sup> |
|        | Mín. | -18.581               | ≈ P <sub>atm</sub>     |
| Caso 4 | Máx. | 58.051                | 1'8046·10 <sup>6</sup> |
|        | Mín. | -50.278               | ≈ P <sub>atm</sub>     |

Tabla A10. Presión dinámica y total, máximos y mínimos.

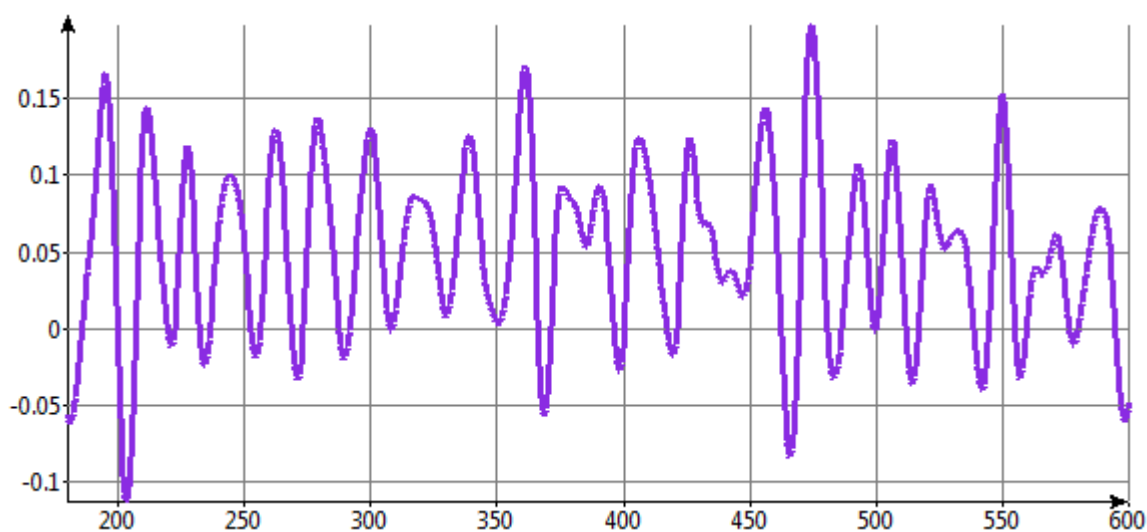
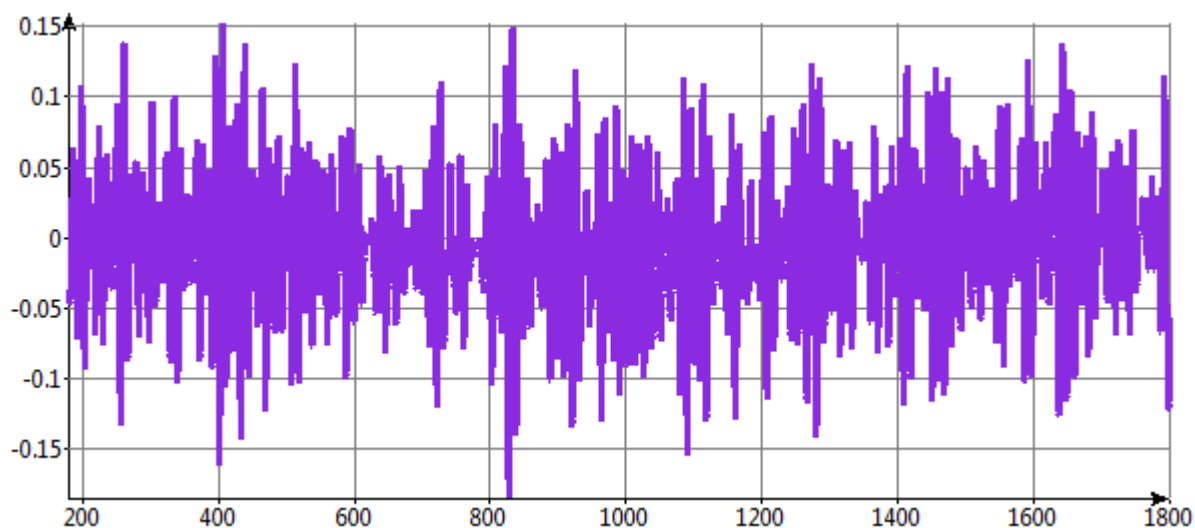
### A3.3 – Respuestas en movimientos

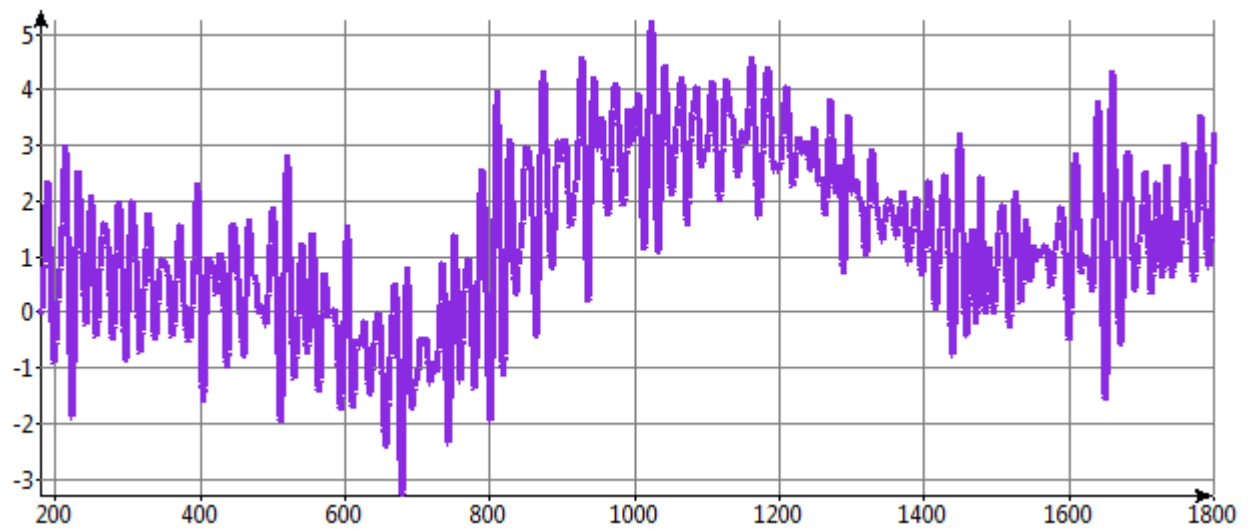
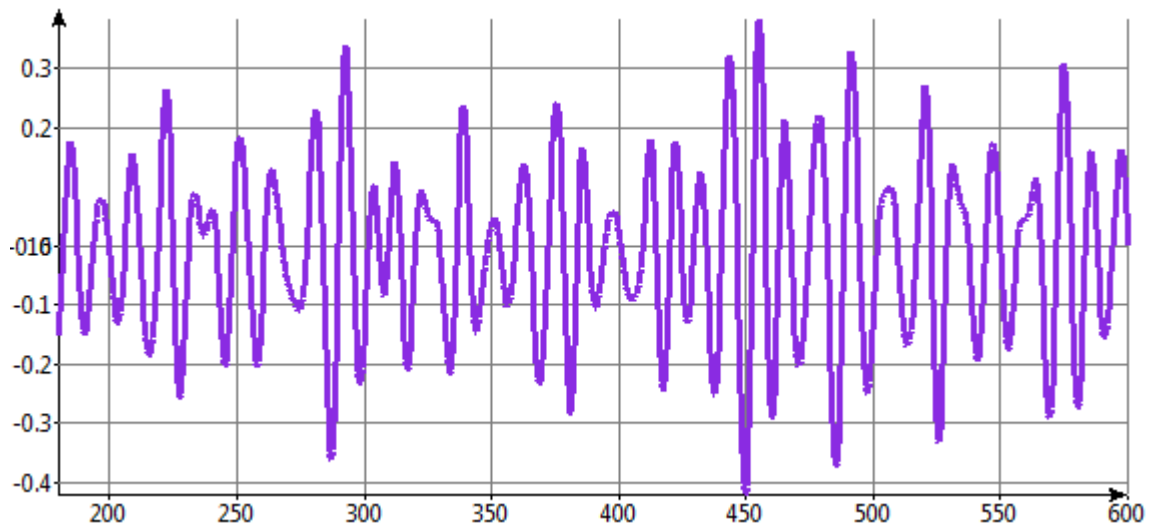
#### A3.3.1 – Arfada (casos 1, 2, 3 y 4 respectivamente)



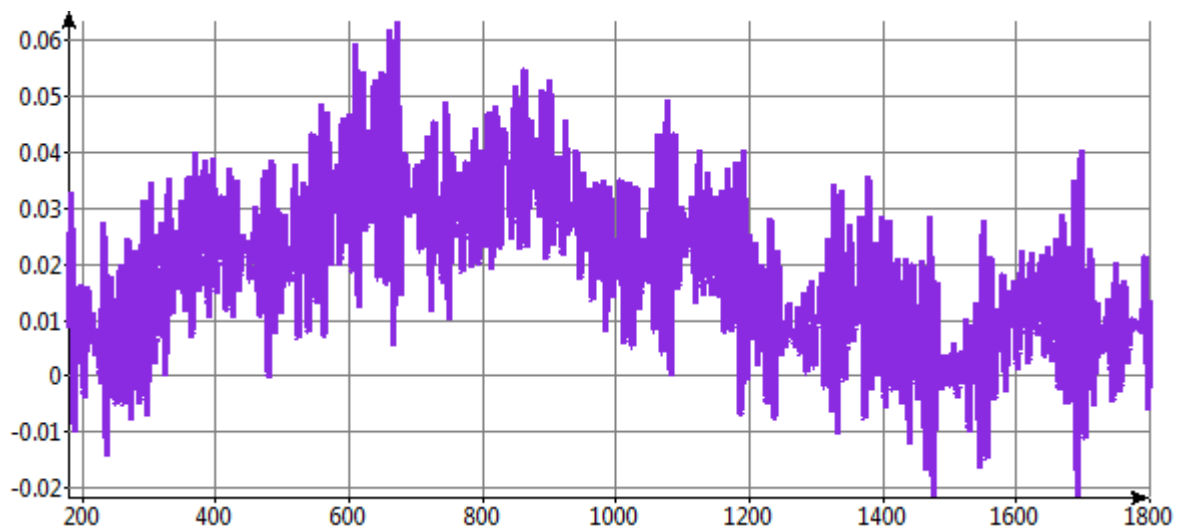


**A3.3.2 – Avance/Retroceso (casos 1, 2, 3 y 4 respectivamente)**

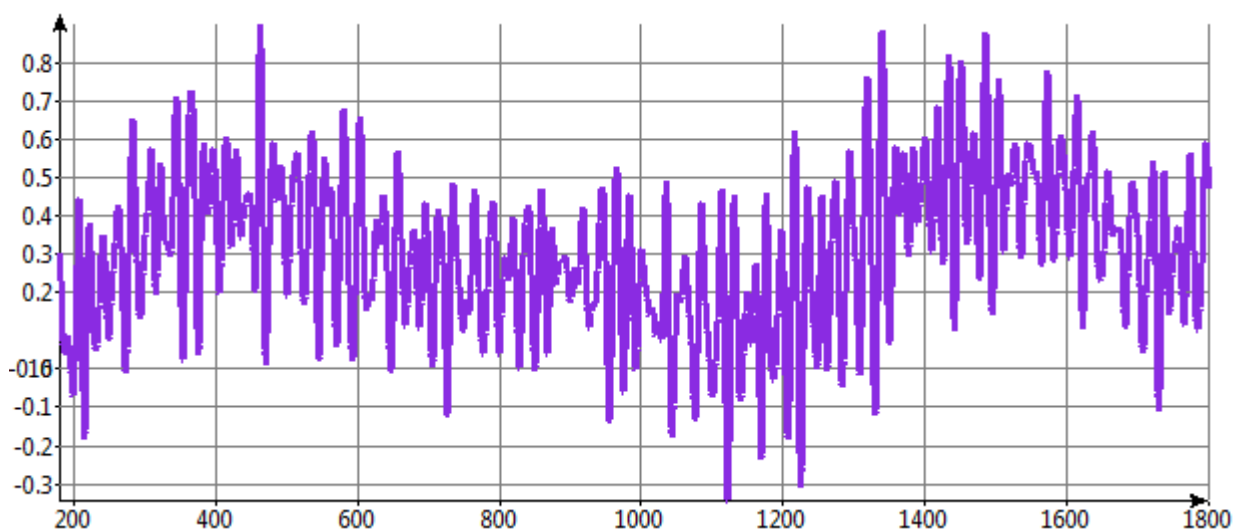
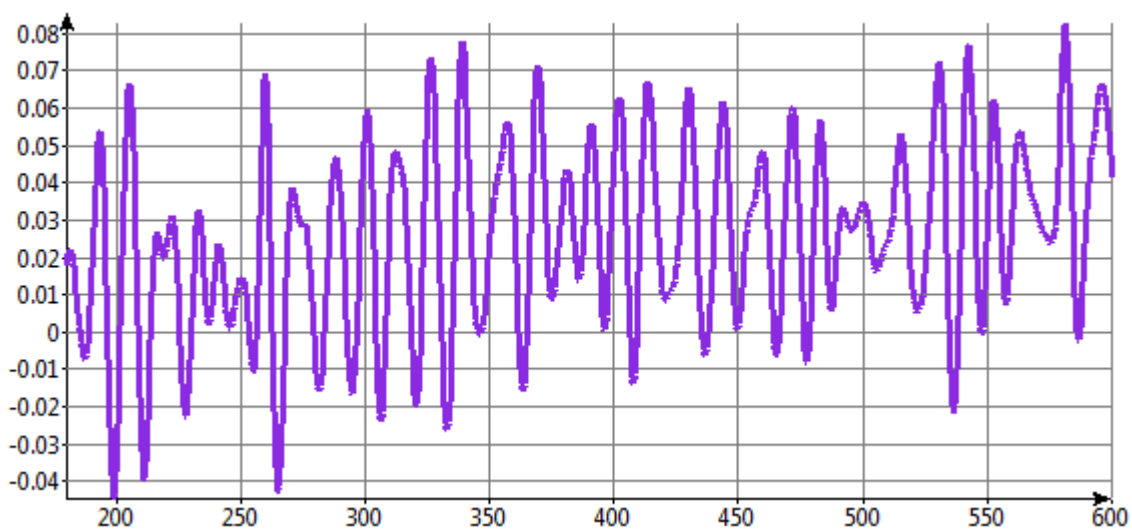
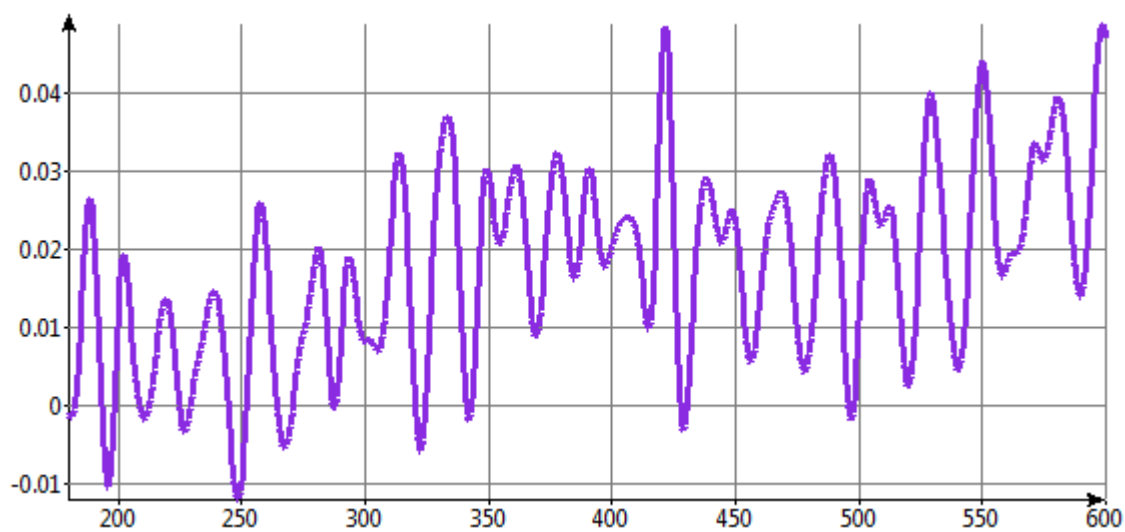




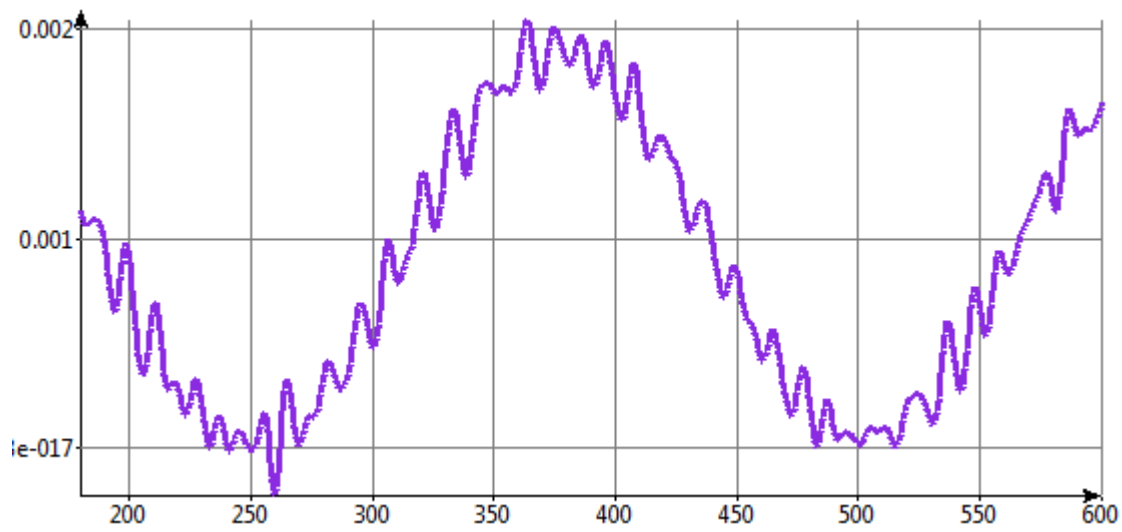
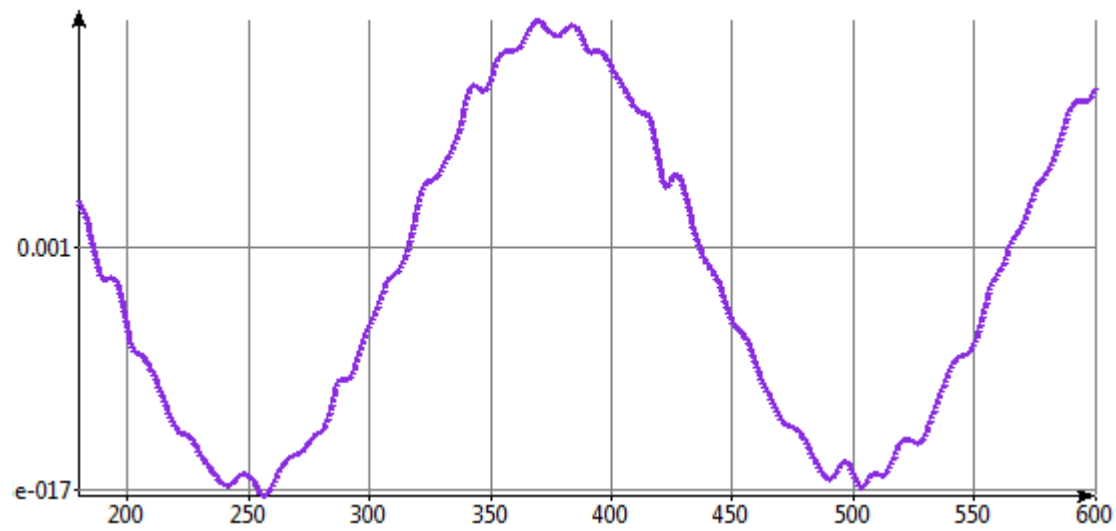
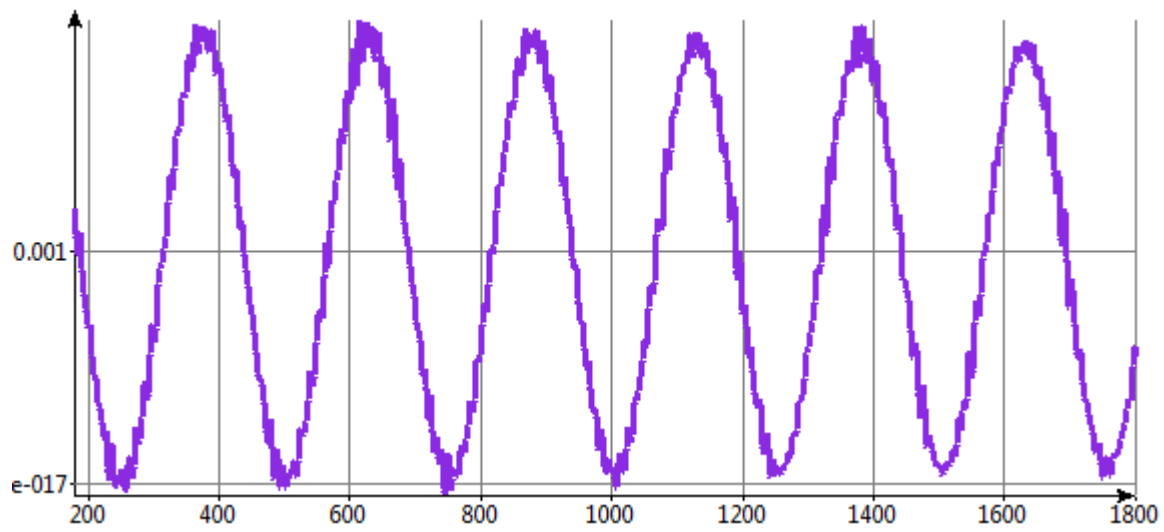
#### A3.3.3 – Deriva (casos 1, 2, 3 y 4 respectivamente)

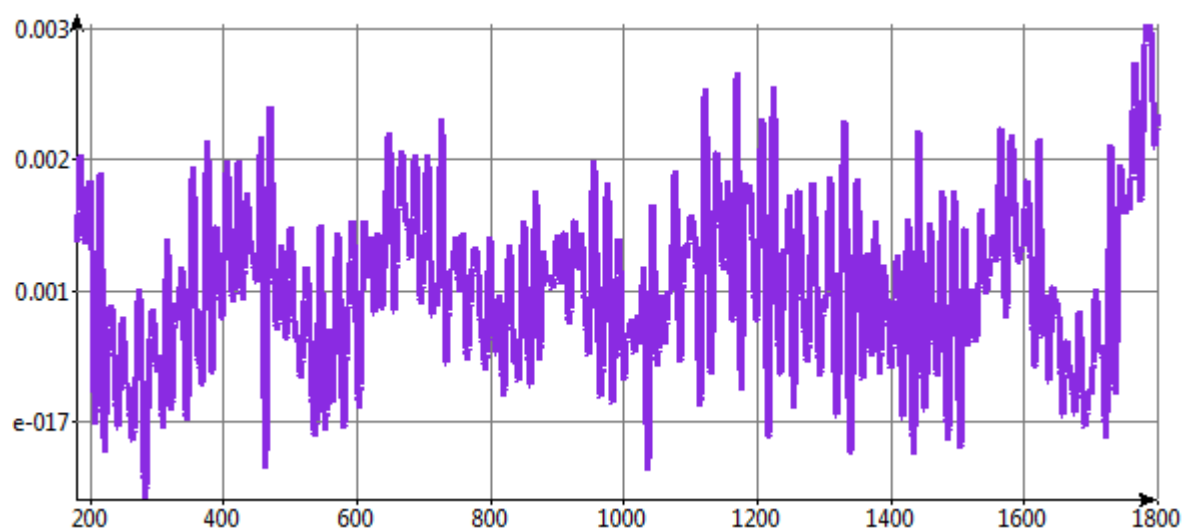




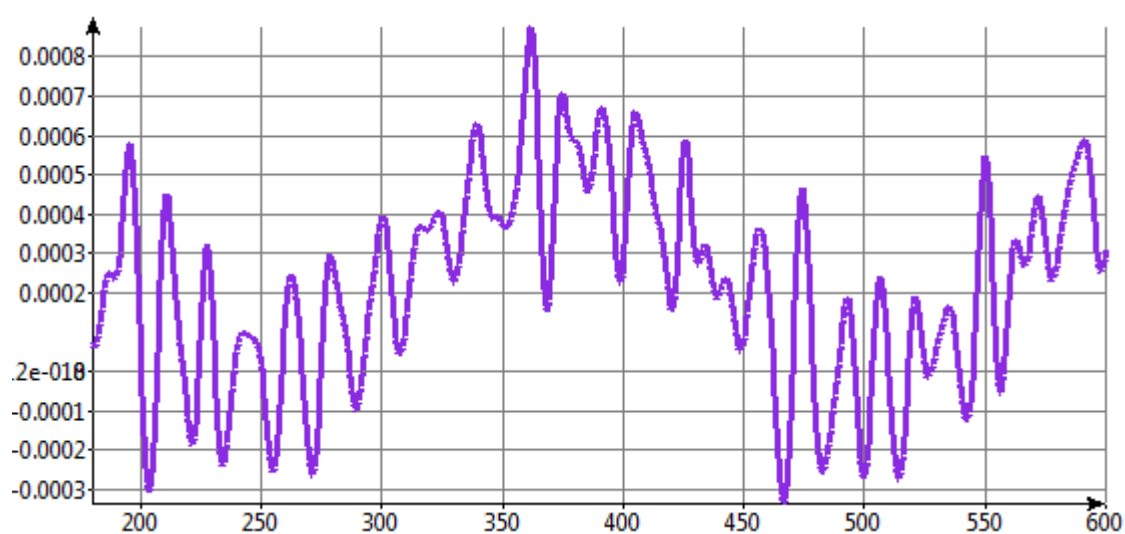
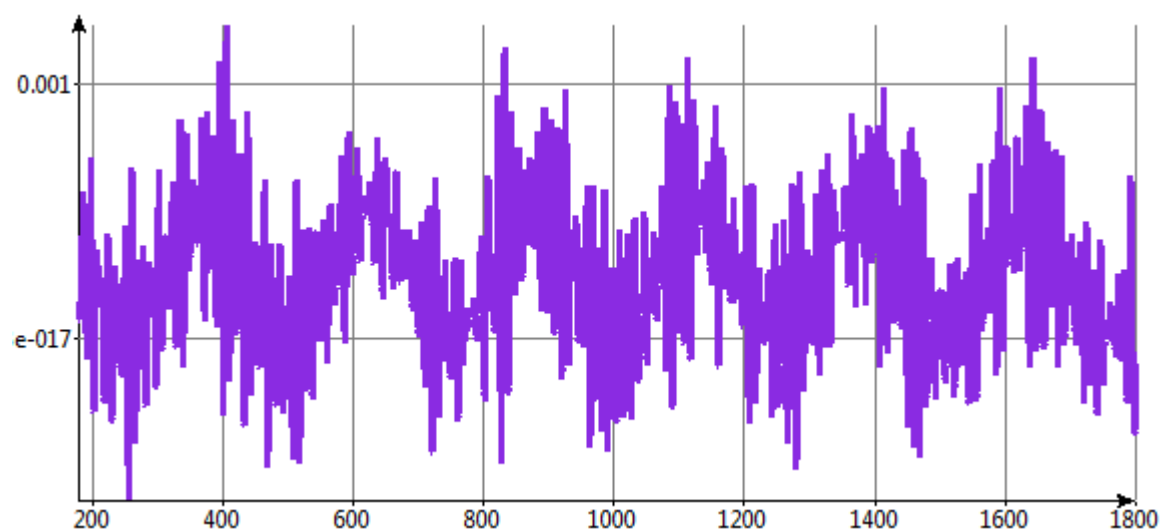


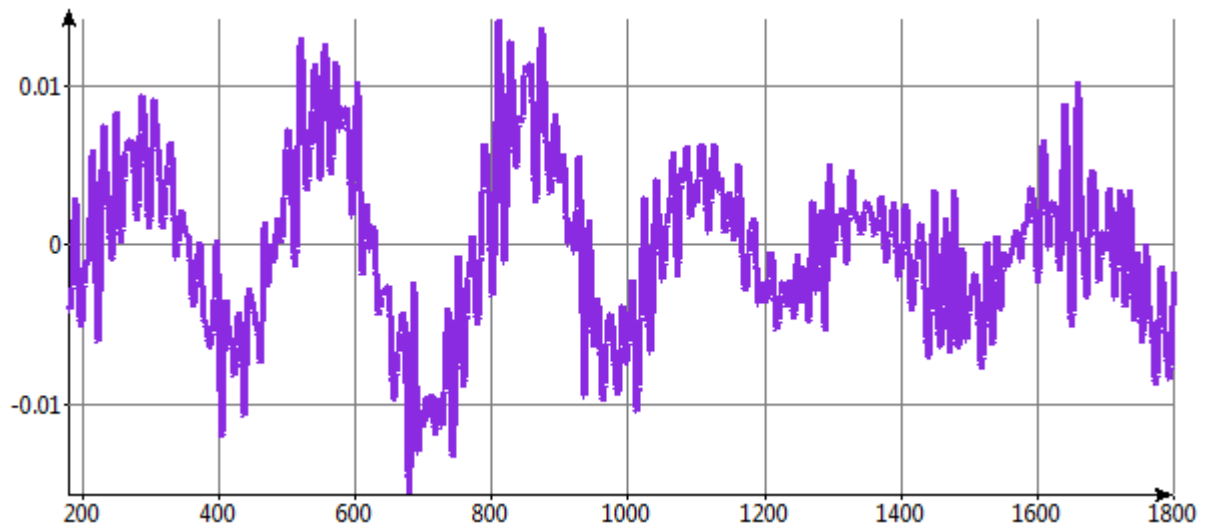
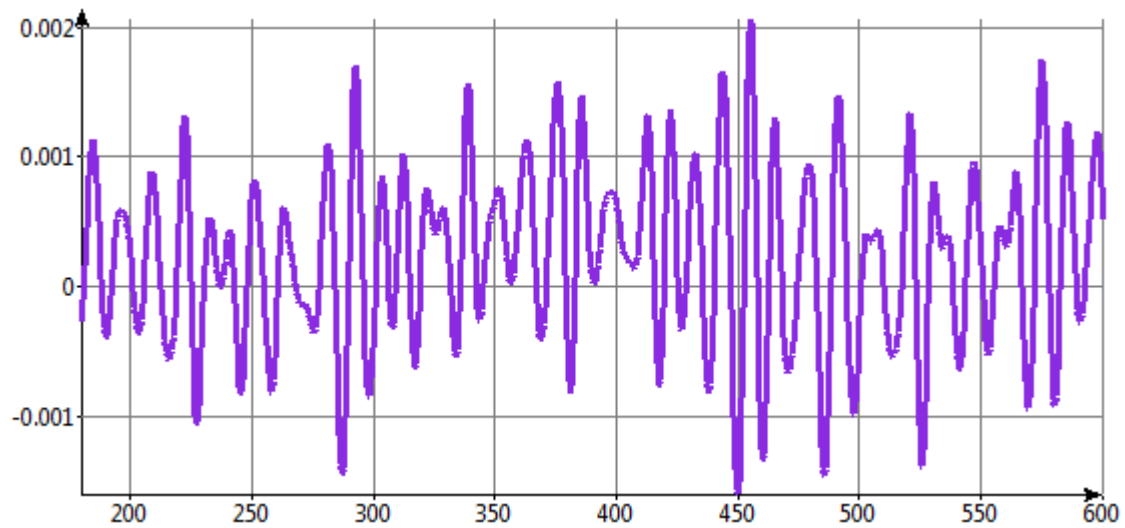
A3.3.4 – Balance (casos 1, 2, 3 y 4 respectivamente)



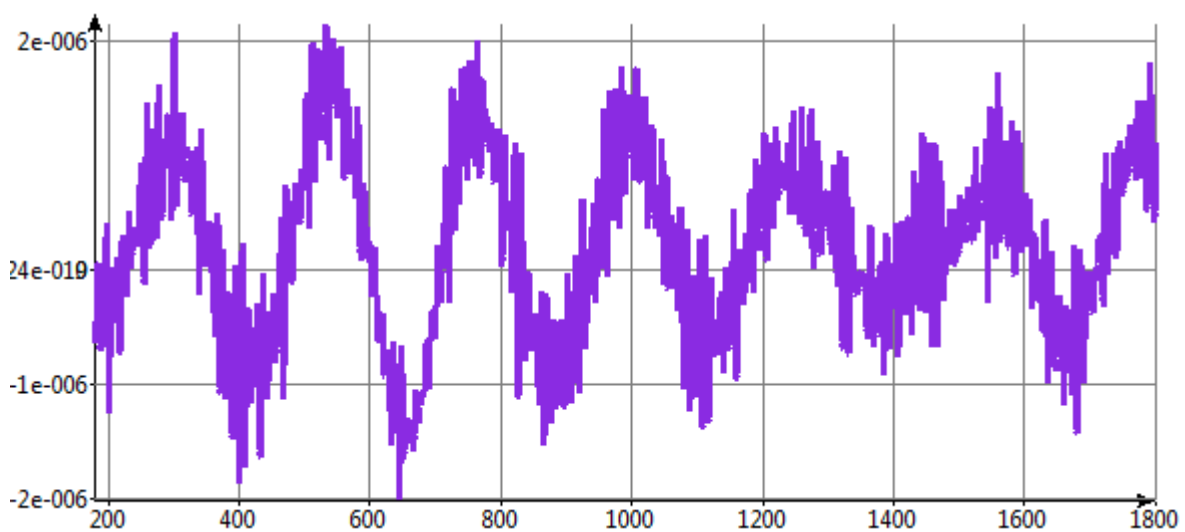


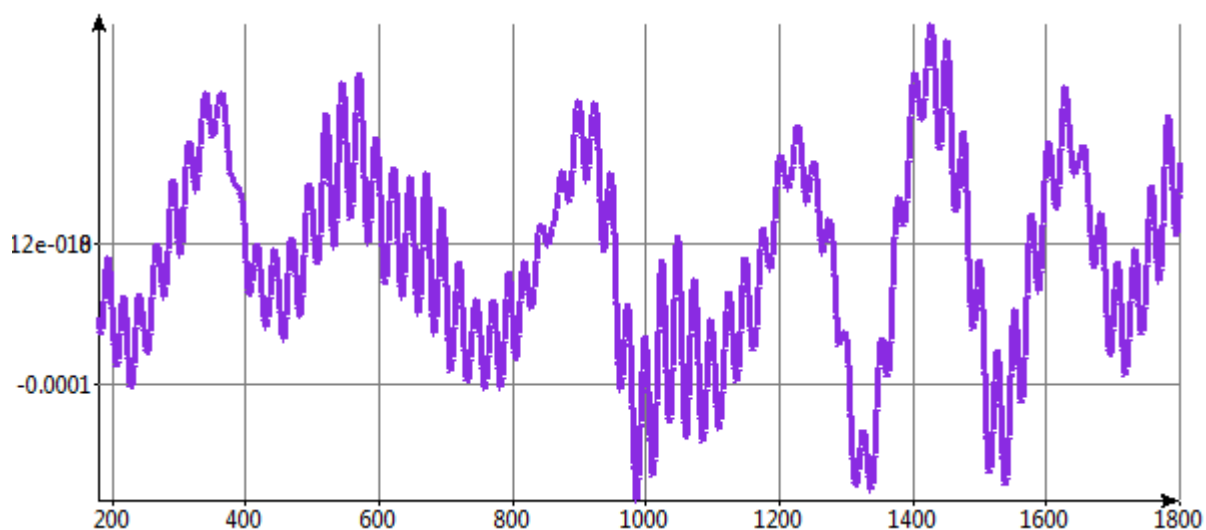
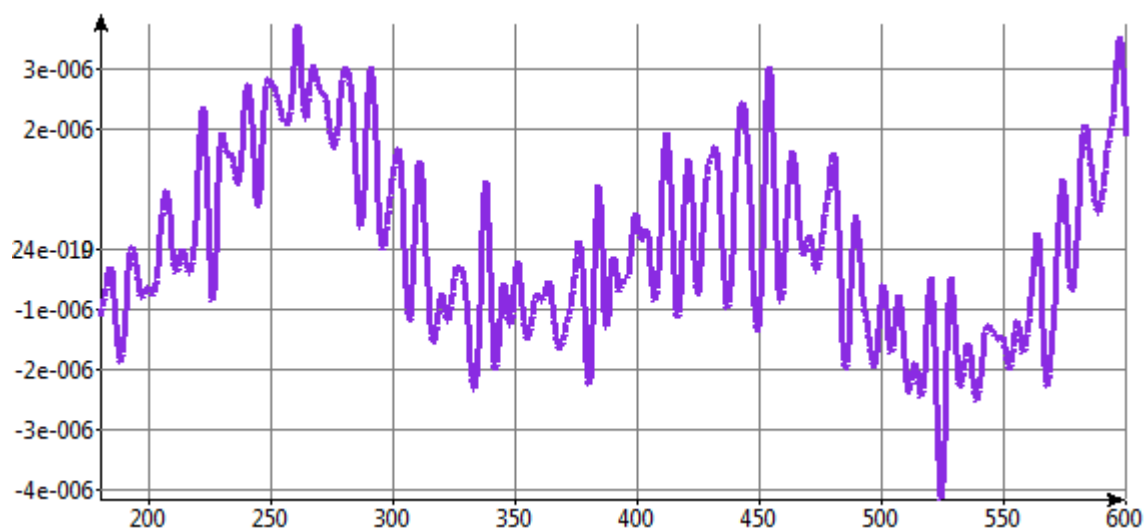
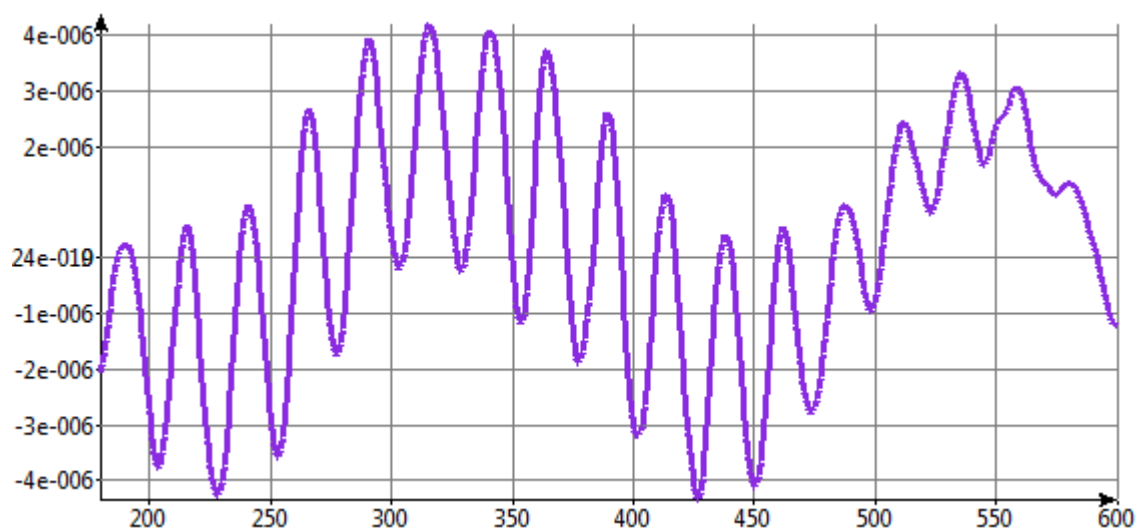
**A3.3.5 – Cabeceo (casos 1, 2, 3 y 4 respectivamente)**





#### A3.3.6 – Guiñada (casos 1, 2, 3 y 4 respectivamente)





## A3.3.7 – Tablas de movimientos y aceleraciones, máximos y mínimos

|        |          | Avance<br>(m) | Deriva<br>(m) | Arfada<br>(m) | Balance<br>(°)        | Cabeceo<br>(°) | Guiñada<br>(°) |
|--------|----------|---------------|---------------|---------------|-----------------------|----------------|----------------|
| Caso 1 | Máx.     | 0'1517        | 0'0633        | 0'0108        | 0'0019                | 0'0012         | -              |
|        | Mín.     | -0'1848       | -0'0217       | -0'0111       | -4'7·10 <sup>-5</sup> | -0'0006        | -              |
|        | Promedio | -0'0165       | 0'0208        | -0'0001       | 0'0009                | 0'0003         | -              |
| Caso 2 | Máx.     | 0'1972        | 0'0487        | 0'4709        | 0'0019                | 0'0008         | -              |
|        | Mín.     | -0'1127       | -0'0119       | -0'4561       | -2'5·10 <sup>-5</sup> | -0'0003        | -              |
|        | Promedio | 0'0422        | 0'0184        | 0'0074        | 0'0009                | 0'0002         | -              |
| Caso 3 | Máx.     | 0'382         | 0'0825        | 0'053         | 0'002                 | 0'002          | -              |
|        | Mín.     | -0'4206       | -0'0446       | -0'0417       | -0'0002               | -0'0016        | -              |
|        | Promedio | -0'0193       | 0'0189        | 0'0056        | 0'0009                | 0'0002         | -              |
| Caso 4 | Máx.     | 5'2374        | 0'8979        | 11'731        | 0'003                 | 0'0141         | 0'0001         |
|        | Mín.     | -3'2961       | -0'344        | -12'06        | -0'0006               | -0'0156        | -0'0002        |
|        | Promedio | 0'9706        | 0'5539        | -0'1645       | 0'0012                | -0'0007        | -0'00005       |

Tabla A11. Movimientos en los seis grados de libertad, máximos y mínimos.

|        |          | Avance<br>(m/s <sup>2</sup> ) | Deriva<br>(m/s <sup>2</sup> ) | Arfada<br>(m/s <sup>2</sup> ) | Balance<br>(m/s <sup>2</sup> ) | Cabeceo<br>(m/s <sup>2</sup> ) | Guiñada<br>(m/s <sup>2</sup> ) |
|--------|----------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Caso 1 | Máx.     | 0'06456                       | 0'01027                       | 0'00206                       | 5'93·10 <sup>-5</sup>          | 0'00033                        | 6'96·10 <sup>-7</sup>          |
|        | Mín.     | -0'06619                      | -0'0108                       | -0'00208                      | -5'6·10 <sup>-5</sup>          | -0'00035                       | -6'45·10 <sup>-7</sup>         |
|        | Promedio | -8'15·10 <sup>-4</sup>        | -2'65·10 <sup>-4</sup>        | -1·10 <sup>-5</sup>           | 1'65·10 <sup>-6</sup>          | -1·10 <sup>-5</sup>            | 2'55·10 <sup>-8</sup>          |
| Caso 2 | Máx.     | 0'02096                       | 0'0039                        | 0'02953                       | 2'13·10 <sup>-5</sup>          | 8'33·10 <sup>-5</sup>          | 2'4·10 <sup>-7</sup>           |
|        | Mín.     | -0'0197                       | -0'00525                      | -0'03138                      | -1'62·10 <sup>-5</sup>         | -7'76·10 <sup>-5</sup>         | -2'12·10 <sup>-7</sup>         |
|        | Promedio | 6'3·10 <sup>-4</sup>          | -6'75·10 <sup>-4</sup>        | -9'25·10 <sup>-4</sup>        | 2'55·10 <sup>-6</sup>          | 2'85·10 <sup>-6</sup>          | 1'4·10 <sup>-8</sup>           |
| Caso 3 | Máx.     | 0'12196                       | 0'01755                       | 0'00625                       | 0'00012                        | 0'00062                        | 1'18·10 <sup>-6</sup>          |
|        | Mín.     | -0'13979                      | -0'02286                      | -0'00727                      | -8'78·10 <sup>-5</sup>         | -0'00069                       | -1'16·10 <sup>-6</sup>         |
|        | Promedio | -9'05·10 <sup>-3</sup>        | -2'65·10 <sup>-3</sup>        | -5'1·10 <sup>-4</sup>         | 1'61·10 <sup>-5</sup>          | -3'5·10 <sup>-5</sup>          | 1·10 <sup>-8</sup>             |
| Caso 4 | Máx.     | 0'35268                       | 0'0655                        | 0'7946                        | 0'00029                        | 0'00132                        | 4'67·10 <sup>-6</sup>          |
|        | Mín.     | -0'37354                      | -0'07838                      | -0'76659                      | -0'00027                       | -0'0015                        | -4'96·10 <sup>-6</sup>         |
|        | Promedio | -0'0104                       | -6'44·10 <sup>-3</sup>        | 0'014                         | 1·10 <sup>-5</sup>             | -9·10 <sup>-5</sup>            | -1'45·10 <sup>-7</sup>         |

Tabla A12. Aceleraciones en los seis grados de libertad, máximos y mínimos.

## A3.4 – Respuestas del sistema de amarre

### A3.4.1 – Tensiones líneas de fondeo, caso 1

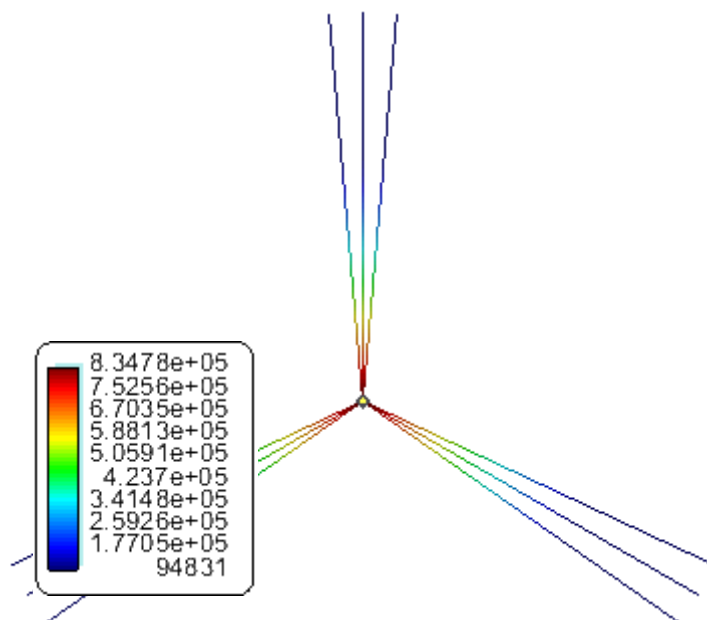


Figura A45. Tensión en N  
(T = 15:02 min).

### A3.4.2 – Tensiones líneas de fondeo, caso 4

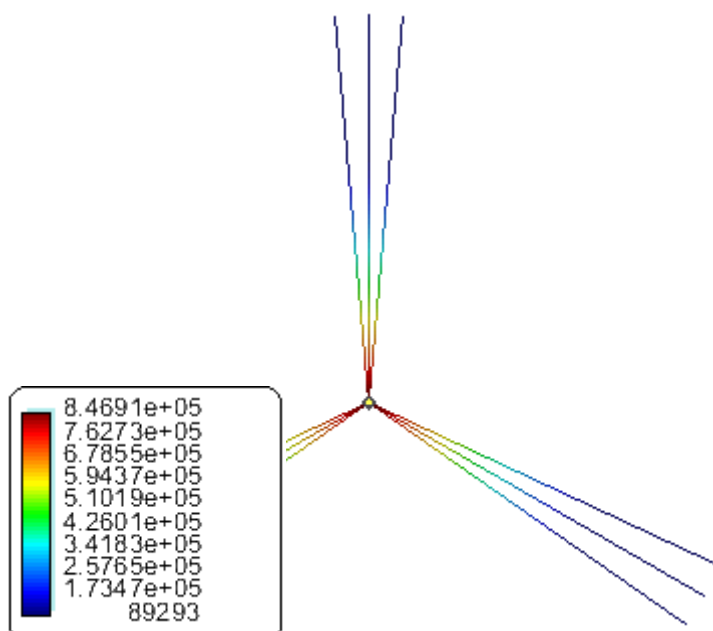


Figura A46. Tensión en N  
(T = 3:34 min).

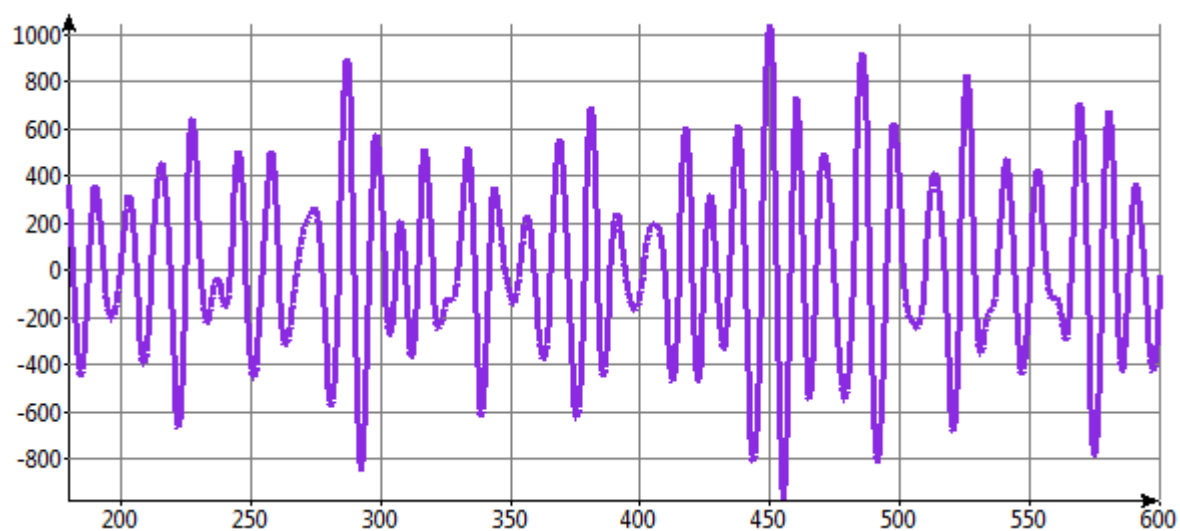
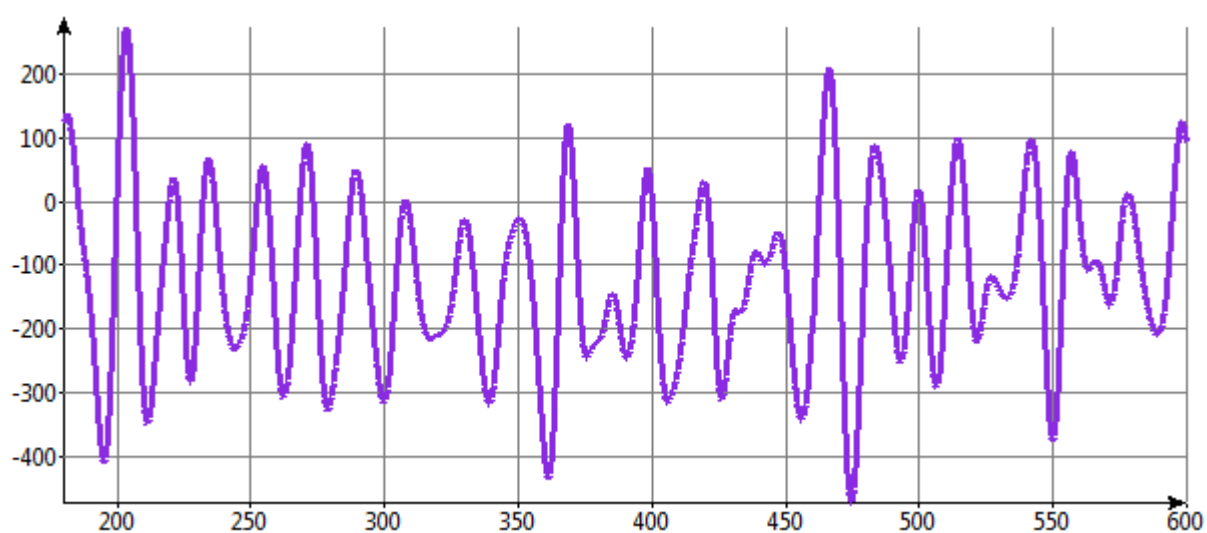
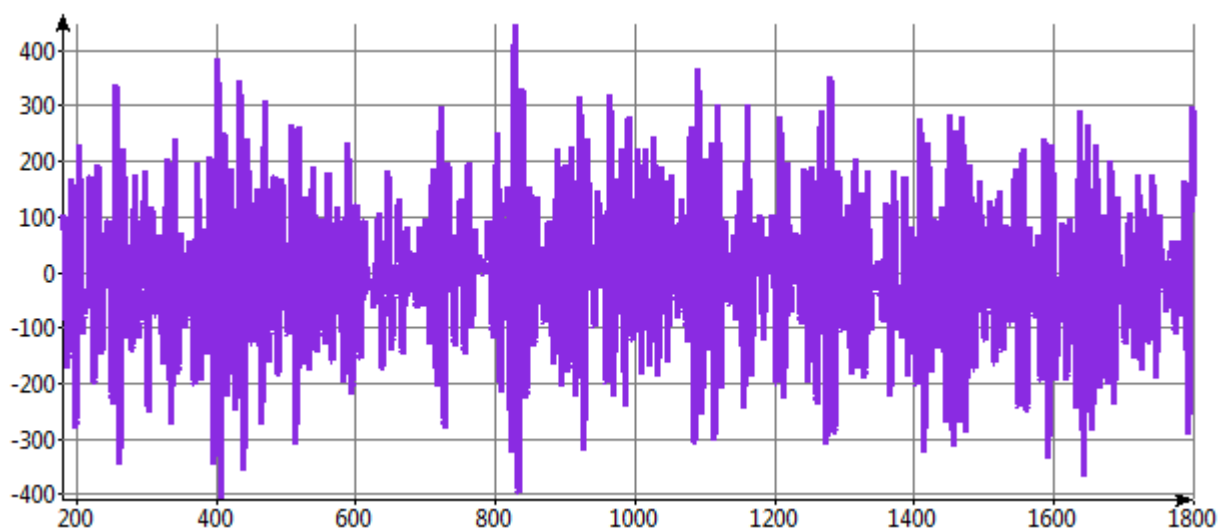
A3.4.3 – Tabla de máximos y mínimos

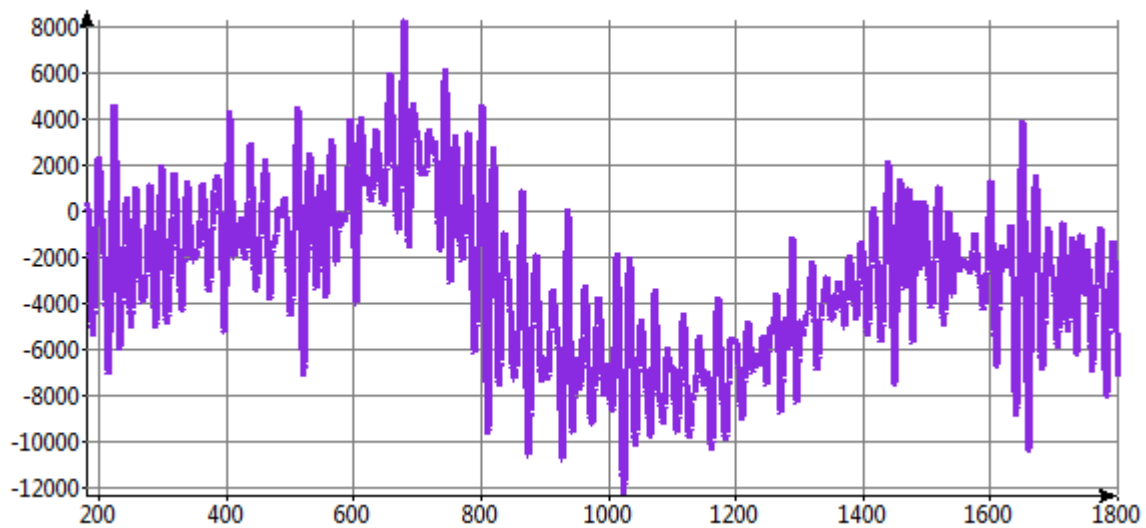
|               |                 | Tensiones en N |                |                      |                      |
|---------------|-----------------|----------------|----------------|----------------------|----------------------|
|               |                 | T <sub>x</sub> | T <sub>y</sub> | T <sub>z</sub>       | T <sub>T</sub>       |
| <b>Caso 1</b> | Máx.            | 88.002         | 55.686         | 8'29·10 <sup>5</sup> | 8'35·10 <sup>5</sup> |
|               | Mín.            | 87.860         | 55.616         | 8'29·10 <sup>5</sup> | 8'35·10 <sup>5</sup> |
|               | <i>Promedio</i> | 87.931         | 55.651         | 8'29·10 <sup>5</sup> | 8'35·10 <sup>5</sup> |
| <b>Caso 2</b> | Máx.            | 88.134         | 55.772         | 8'29·10 <sup>5</sup> | 8'35·10 <sup>5</sup> |
|               | Mín.            | 87.768         | 55.548         | 8'29·10 <sup>5</sup> | 8'34·10 <sup>5</sup> |
|               | <i>Promedio</i> | 87.951         | 55.660         | 8'29·10 <sup>5</sup> | 8'35·10 <sup>5</sup> |
| <b>Caso 3</b> | Máx.            | 88.096         | 55.731         | 8'29·10 <sup>5</sup> | 8'35·10 <sup>5</sup> |
|               | Mín.            | 87.761         | 55.575         | 8'29·10 <sup>5</sup> | 8'34·10 <sup>5</sup> |
|               | <i>Promedio</i> | 87.928         | 55.653         | 8'29·10 <sup>5</sup> | 8'35·10 <sup>5</sup> |
| <b>Caso 4</b> | Máx.            | 94.094         | 59.229         | 8'40·10 <sup>5</sup> | 8'47·10 <sup>5</sup> |
|               | Mín.            | 84.409         | 53.372         | 8'20·10 <sup>5</sup> | 8'25·10 <sup>5</sup> |
|               | <i>Promedio</i> | 89.251         | 56.300         | 8'30·10 <sup>5</sup> | 8'36·10 <sup>5</sup> |

Tabla A13. Tensiones, máximos y mínimos.

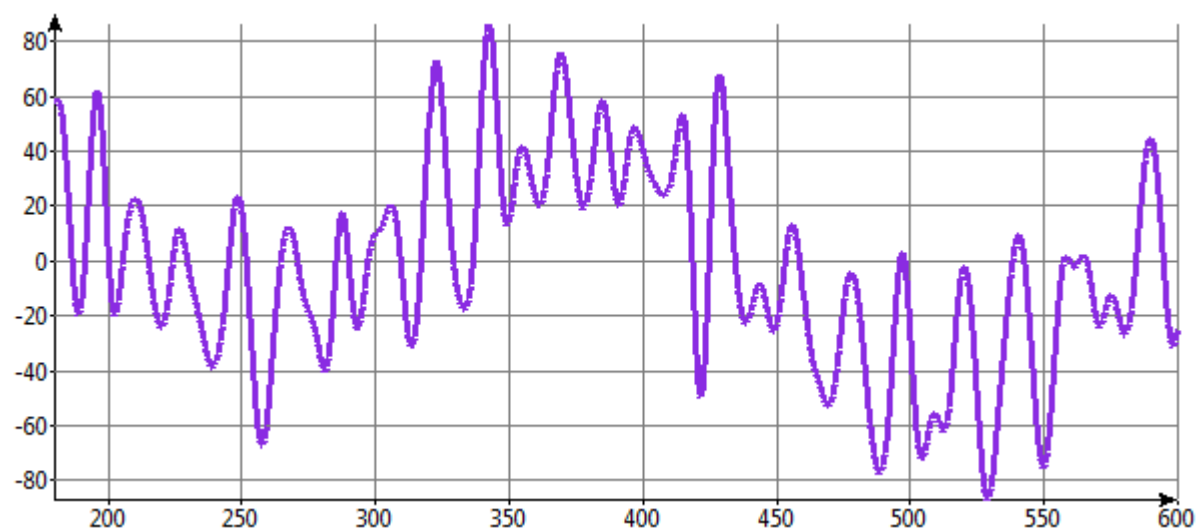
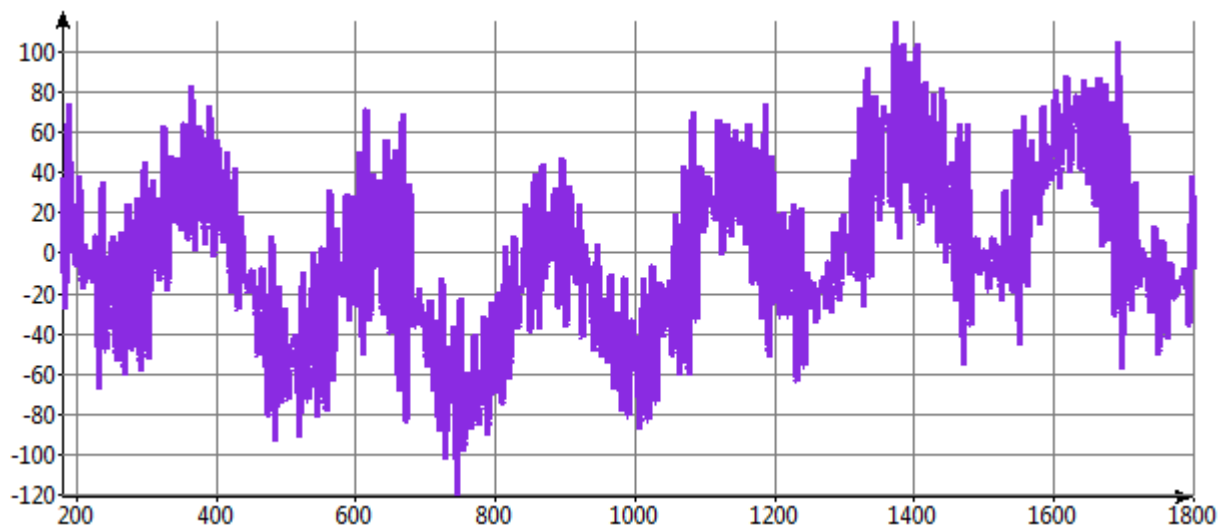


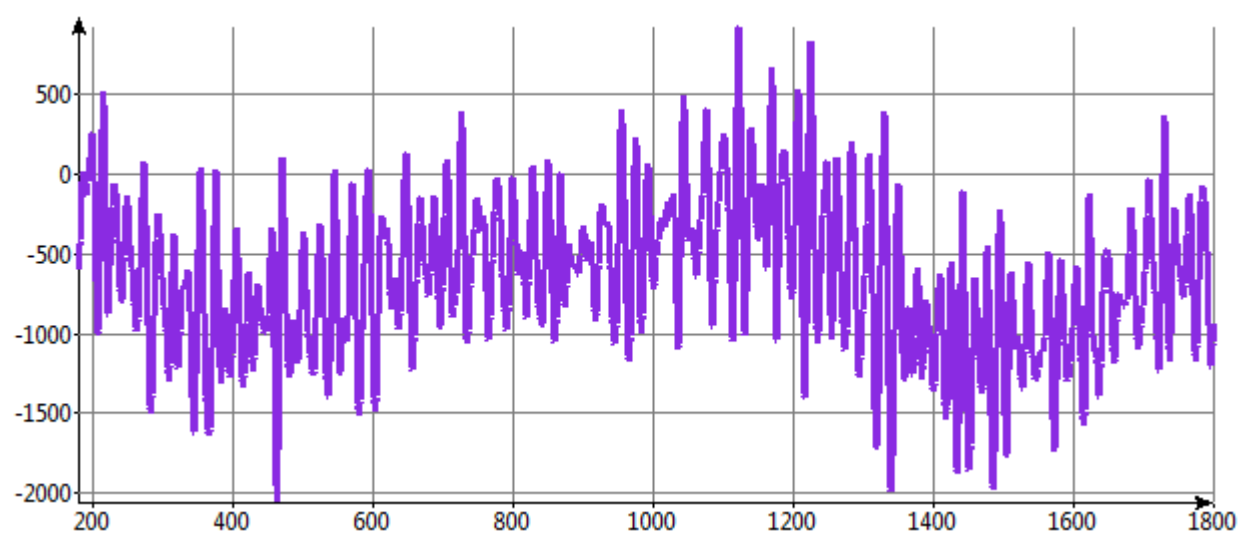
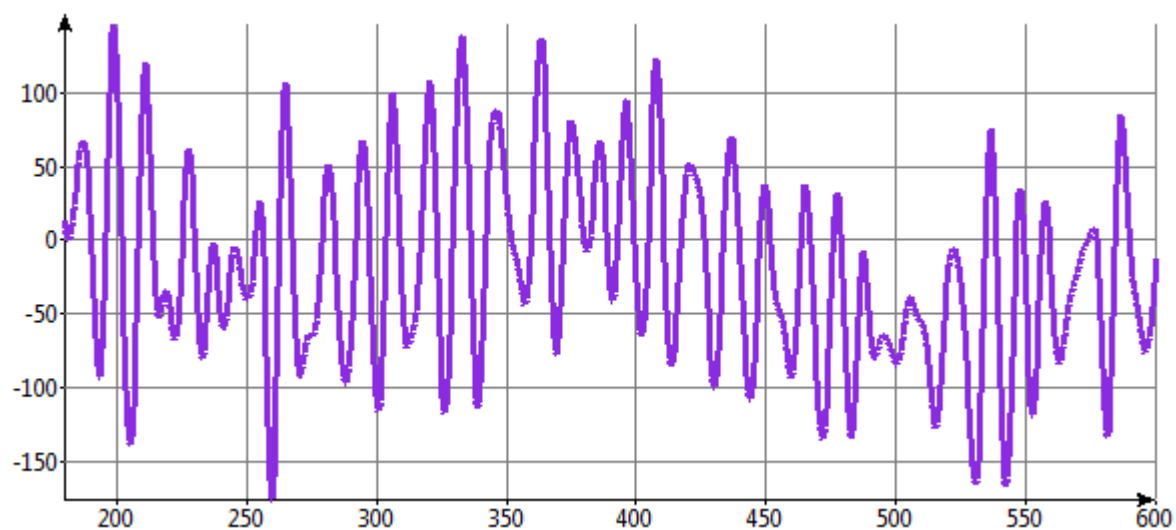
**A3.4.4 – Cargas del fondeo, MFx (casos 1, 2, 3 y 4 respectivamente)**





**A3.4.5 – Cargas del fondeo, MFy (casos 1, 2, 3 y 4 respectivamente)**





#### A3.4.6 – Cargas del fondeo, MFz (casos 1, 2, 3 y 4 respectivamente)

